

Paper Sizes

A0 — 841 x 1189 mm
A1 — 594 x 841 mm
A2 — 420 x 594 mm
A3 — 297 x 420 mm
A4 — 210 x 297 mm
A5 — 148 x 210 mm
A6 — 105 x 148 mm
A7 — 74 x 105 mm



B0 — 1000 x 1414 mm
B1 — 707 x 1000 mm
B2 — 500 x 707 mm
B3 — 353 x 500 mm
B4 — 250 x 353 mm
B5 — 176 x 250 mm
B6 — 125 x 176 mm
B7 — 88 x 125 mm



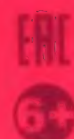
C0 — 917 x 1297 mm
C1 — 648 x 917 mm
C2 — 458 x 648 mm
C3 — 324 x 458 mm
C4 — 229 x 324 mm
C5 — 162 x 229 mm
C6 — 114 x 162 mm
C7 — 88 x 114 mm



Art. 3-40-481

TY 5463-005-99594039-2012

Издано: 04.2017



US

lengths:

mile (statute)
furlong
yard
foot
inch
point
mile (nautical)
cable

liquids:

barrel (oil)
barrel
gallon
quart
pint
ounce (fluid)

dry matters:

barrel
bushel
quart
pint

weight:

ton
stone
pound
ounce
grain
pound (troy)
ounce (troy)

area:

square mile
acre
square foot
square inch

volume:

cu. foot
cu. inch

Metric

1.60934 km
201.17 m
0.9144 m
30.48 cm
2.54 cm
0.3528 mm
1852.2 km
185.22 m

158.988 l
119.24 l
3.785 l
0.94625 l
473.12 ml
29.57 ml

115.628 l
35.24 l
1.101 l
0.5506 l

907 kg
6.35 kg
453.6 g
28.35 g
64.89 mg
373.27 g
31.1035 g

2.5899 km²
0.4047 ha
0.0929 m²
6.4516 cm²

0.0283 m³
16.387 cm³

A6/40 sheets

ULTIMATE BASICS

personal
data

*for notebook
no name*



welcome to the new standard in quality.
ultimate basics series gives you all the satisfaction you expect
in a clean modern design you always wanted

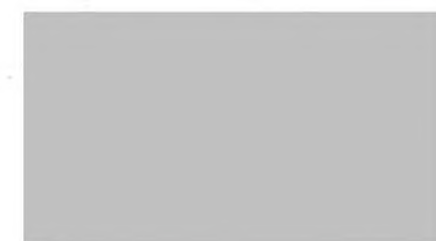
ultimate basics

A6/40 sheets

ULTIMATE BASICS

personal
data

first name
no surname



welcome to the new standard in quality.
ultimate basics series gives you all the satisfaction you expect
in a clean modern design you always wanted

ultimate basics

АЛГЕБРА

4 НАЗЫВАЮТСЯ

- хотеть
- знать
- уметь
- делать

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ОТ 10 ДО 99										
	ЕДИНИЦЫ									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ФСУ (формула сокращенного умножения)

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) - \text{формула разности квадратов}$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) - \text{формула разности кубов}$$

Степень. Свойства степени.

n - показатель
 a - основание степени

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

Свойства:

$$1. a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$2. a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$3. (a^n)^m = a^{nm}$$

$$4. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5. (ab)^n = a^n b^n$$

Арифметический квадратный корень.

$\sqrt{a}$

неотрицательное значение

• Опр.

$$\sqrt{a} = b \quad (a \geq 0)$$

$$1) b \geq 0$$

$$2) b^2 = a$$

• $\sqrt{a^2} = a$ — как корни

• $\sqrt{a^2} = |a|$ — как корни

• свойства

$$1) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = a \sqrt{b}$$

Решение квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ где } a \neq 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} \cdot x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Если $b^2 - 4ac \geq 0$, то $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$, откуда

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ или}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

формула корней квадратного уравнения

$$6x^2 + x - 2 = 0$$

$$a = 6, b = 1, c = -2$$

2 — дискриминант

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) = 1 + 48 = 49, D > 0, 2 \text{ корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm 7}{12}$$

$$x_1 = \frac{-1+7}{12} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1-7}{12} = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$$

Приведённое квадратное уравнение

если $a=1$, то

$x^2 - px - q = 0$ - приведённое квадратное уравнение

$$5x^2 + 25x - 30 = 0 \quad | :5$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$3x^2 + 22x - 16 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 + \frac{22}{3}x - \frac{16}{3} = 0$$

Теорема Виета

I Если x_1 и x_2 - корни

$$x^2 + px + q = 0, \text{ то}$$

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

Н-р. а) $x_1 + x_2 = -5$

$$x_1 \cdot x_2 = -6$$

$$\delta) \quad x_1 + x_2 = -\frac{22}{3}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{16}{3}$$

II

Теорема обратная

теореме Виета.

Если числа p, q, x_1, x_2 таковы что

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q, \text{ то}$$

x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

Разложение многочлена на множители.

$$1) a^2 + 2a = a \cdot (a + 2)$$

$$2) b^2 - 49 = (b - 7) \cdot (b + 7)$$

$$3) a^2 + 10a + 25 = (a + 5)^2 = (a + 5)(a + 5)$$

$$x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})$$

$$4) (x^2 + 4x) + (xy + 4y) = x(x + 4) + y(x + 4) = (x + 4)(x + y)$$

$$5) ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2), \text{ где } x_1, x_2 - \text{ корни квадратного уравнения}$$

Пр:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = 6 \text{ по обратной теореме Виета, или}$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 2$$

Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

Пр.

$$\text{Уравнение вида } ax^4 + bx^2 + c = 0, \text{ где}$$

$a \neq 0$ называется биквадратным

Решается с помощью замены: $x^2 = t$

$$x^4 - 7x^2 + 12 = 0$$

$$\text{замена } x^2 = t$$

$$t^2 - 7t + 12 = 0$$

$$t_1 + t_2 =$$

$$t_1 \cdot t_2 = 12, \text{ по обратной теореме Виета}$$

$$t_1 = 3 \quad t_2 = 4$$

обратная замена

$$x^2 = 3 \quad x^2 = 4$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{3} \quad x_{3,4} = \pm\sqrt{4}$$

$$x_{3,4} = \pm 2 \quad \text{Ответ: } \pm\sqrt{3}, \pm 2$$

Дробно-рациональное уравнение

$$\frac{3}{x+2} - \frac{4}{x-3} = 3$$

ОДЗ (область допустимых значений):

$$\frac{3 \cdot (x-3) - 4(x+2)}{(x+2) \cdot (x-3)} = 3$$

$$\frac{3x - 9 - 4x - 8}{x^2 - 3x + 2x - 6} = 3$$

$$\frac{-x - 17}{x^2 - x - 6} = 3$$

$$3(x^2 - x - 6) = -x - 17$$

$$3x^2 - 3x - 18 = -x - 17$$

$$3x^2 - 3x - 18 + x + 17 = 0$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$a = 3; b = -2; c = -1$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 4 + 12 = 16, D > 0, 2 \text{ корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm 4}{6}$$

$$x_1 = \frac{2+4}{6} = 1$$

$$x_2 = \frac{2-4}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{3}; 1$$

Решение задачи ЕГЭ №18

ОГЭ №22.

x - одно число

$x+1$ - второе число

$$1) x(x+1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$a = 1; b = 1; c = -156$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-156) = 1 + 624 = 625$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 25}{2} = 12$$

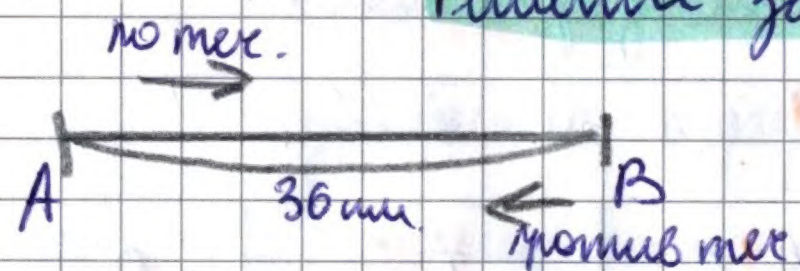
$$x_2 = \frac{-1 - 25}{2} = -13 \text{ и удовлетворяют условию задачи}$$

12 - одно число

2) $12 + 1 = 13$ - второе число

Ответ: эти числа 12 и 13.

Решение задачи



$$S = v \cdot t$$

$$t = \frac{S}{v}$$

	v	t	S
no mex.	$x + 2$	$\frac{36}{x+2}$	36
против мет.	$x - 2$	$\frac{36}{x-2}$	36

x км/ч - скорость

$8 - 0,5 \text{ ч} = 7,5 \text{ ч}$ - время

$$\frac{36}{x+2} + \frac{36}{x-2} = 7,5$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\frac{36(x-2) + 36(x+2)}{(x+2)(x-2)} = 7,5$$

$$\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{72 + 78}{15} = \frac{150}{15} = 10$$

$$x_2 = \frac{72 - 78}{15} = \frac{-6}{15} = -\frac{2}{5} \text{ не удовлет. условию задачи}$$

Ответ: 10 км/ч - скорость

Решение задачи.

1- вся работа

	A	t	p
I yp	1	x	$\frac{1}{x}$
II yp	1	x+5	$\frac{1}{x+5}$
I + II yp	1	6	$\frac{1}{6}$

$$1) \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{x+5+x}{x^2+5x} = \frac{1}{6}$$

...

$$x_1 = \frac{7+13}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$x_2 = \frac{7-13}{2} = -\frac{6}{2} = -3 \text{ не удовлет. условию задачи}$$

$$2) 10+5=15 \text{ дней}$$

Ответ: I yp - 10 дней; II yp - 15 дней.

Решение системы двух уравнений с двумя неизвестными.

$$1) y = x+6$$

$$x^2 - 4y = -3$$

$$x^2 - 4(x+6) = -3$$

$$x^2 - 4x - 24 = -3$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$a=1; b=-4; c=-21$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21) = 16 + 84 = 100, D > 0, \text{ 2 корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 10}{2}$$

$$x_1 = \frac{4+10}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{4-10}{2} = -\frac{6}{2} = -3$$

$$2) y = x + 6$$

$$y_1 = 7 + 6$$

$$y_1 = 13 \quad (7; 13)$$

$$y_2 = -3 + 6$$

$$y_2 = 3 \quad (-3; 3)$$

Answer: $(7; 13); (-3; 3)$

Различные способы решения

систем уравнений.

$$\begin{cases} xy - x + y = 7 \\ xy + x - y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2xy = 20 & | : 2 \\ xy + x - y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 10 \\ xy + x - y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 10 \\ 10 + x - y = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 10 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 + y \\ y(3 + y) = 10 \end{cases}$$

$$3y + y^2 = 10$$

$$y^2 + 3y - 10 = 0$$

$$a = 1; b = 3; c = -10$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49, D > 0,$$

2 корня

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$y_1 = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_2 = \frac{-3 - 7}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$x = 3 + y$$

$$x_1 = 3 + 2 = 5 \quad (2; 5)$$

$$x_2 = 3 + (-5) = 3 - 5 = -2 \quad (-5; -2)$$

Answer: $(2; 5); (-5; -2)$

Решение задач с помощью систем.

x - одно число

y - второе число

$$\begin{cases} x \cdot y = 135 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

$$x - y = 6$$

$$1) \begin{cases} x \cdot y = 135 = 0 \\ x = 6 + y \end{cases}$$

$$x = 6 + y$$

$$6 + y - y - 135 = 0$$

$$6y + y^2 - 135 = 0$$

$$y^2 + 6y - 135 = 0$$

$$a = 1; b = 6; c = -135$$

$$D = \dots$$

$$y_1 = \frac{-6 + 24}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$y_2 = \frac{-6 - 24}{2} = -\frac{30}{2} = -15$$

$$2) x = 6 + y$$

$$x_1 = 6 + 9 = 15 \quad (15; 9)$$

$$x_2 = 6 + (-15) = -9 \quad (-9; -15)$$

Ответ: $(15; 9); (-9; -15)$

Квадратичная функция

I Функцией $y(x)$ называют зависимость одной переменной (y) от другой переменной (x)

x - независимая переменная (аргумент)

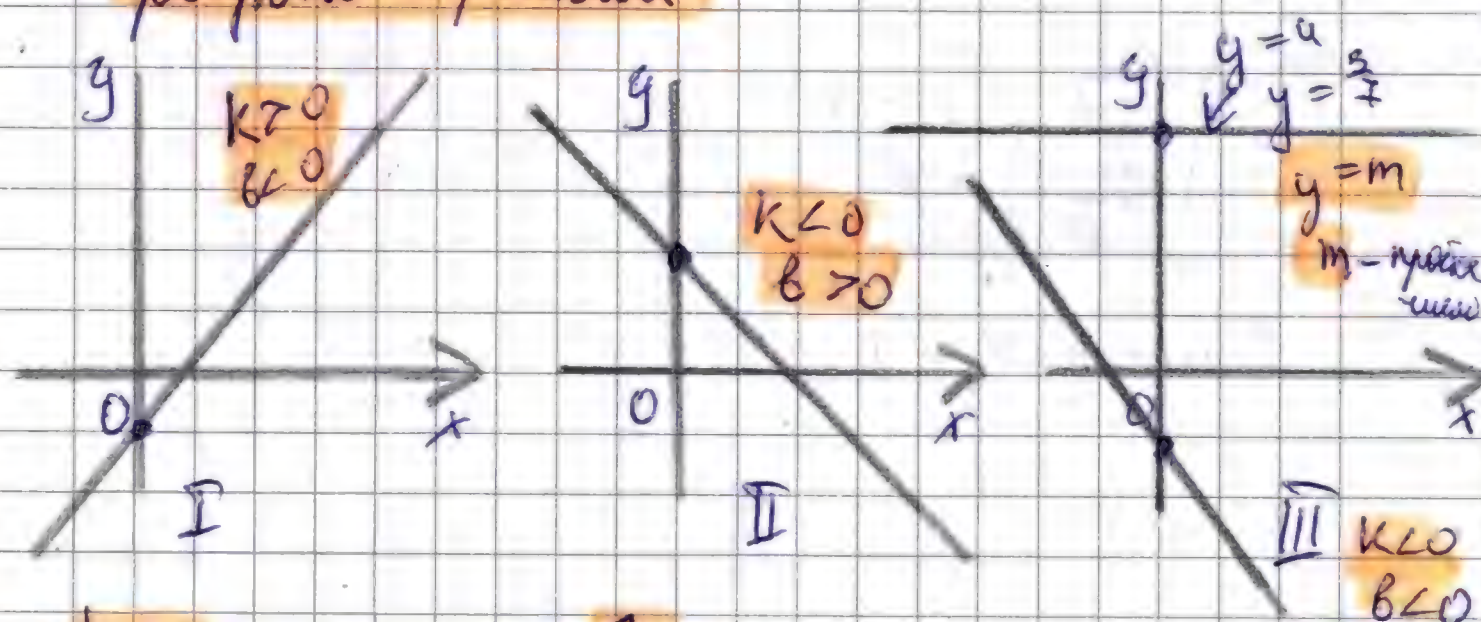
y - зависимая переменная (функция)

1. Линейная функция $y = kx + b$, где

k, b - некоторые числа $\in \mathbb{R}$

y, x - переменные

график - прямая



$k > 0$, то функция $\nearrow$
 $k < 0$, то функция $\searrow$

$(0; b)$ - точка пересечения прямой с осью Oy

II квадратичные функции

Функции вида $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$, называются квадратичными функциями.

$$y = x^2 - x - 3, y = -1$$

$$x^2 - x - 3 = -1$$

$$x^2 - x - 3 + 1 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$a = 1; b = -1; c = -2$$

...

$$x_1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$x_2 = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2} = -0.5$$

Ответ: $1.5; -0.5$

Функция $y = x^2$

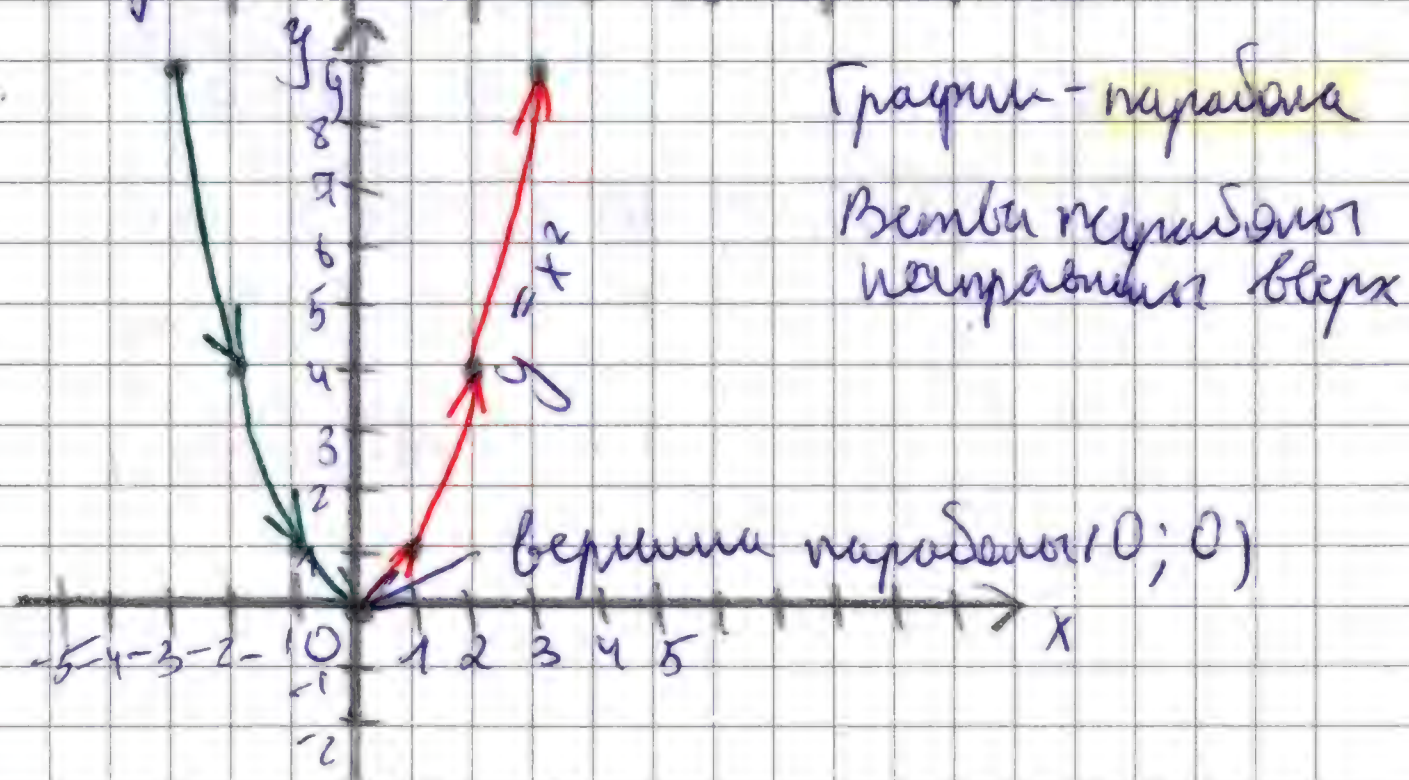
1) Область определения функции (ООФ) -

это множество значений переменной x ($x \in \mathbb{R}$) x -мод. число.

2) Множество значений функции - это множество значений переменной y

$y \geq 0$ (y -мод. неотрицательное).

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9



Монотонность: функция возрастает $\uparrow$ при

$x \geq 0$; функция убывает $\downarrow$ при $x \leq 0$.

$[0; +\infty]$

$[-\infty; 0]$

Нули функции:

$y = 0$ при $x = 0$

$$\begin{cases} y = 25 \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$y = x^2$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

Ответ: $(5; 25); (-5; 25)$

$$\begin{cases} y = -x \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$y = x^2$$

$$x^2 = -x$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x+1) = 0$$

$$x = 0$$

$$x+1 = 0$$

$$x = -1$$

Ответ: $(0; 0); (-1; 1)$

Степени с целыми показателями

$$\textcircled{1} a^2 : a^7 = a^{2-7} = a^{-5}$$

$$\frac{a^2}{a^7} = \frac{a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a^5} \Rightarrow a^{-5} = \frac{1}{a^5}$$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ — определение степени с целым показателем

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

$$\frac{1}{0,125} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$$

$$\textcircled{2} m^3 : m^3 = m^{3-3} = m^0 = 1$$

$$a^0 = 1$$

$$10\,000^0 = 1$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$$

$$\textcircled{3} \frac{a}{(b)^k} = \left(\frac{a}{b}\right)^k = \frac{1^k}{\left(\frac{b}{a}\right)^k} = \left(\frac{1}{\frac{b}{a}}\right)^k = \left(\frac{a}{b}\right)^k$$

$$1 : \frac{a}{b} = 1 \cdot \frac{b}{a}$$

$$\frac{a^{-k}}{(b)^k} = \left(\frac{b}{a}\right)^k$$

$$\text{к-р: } \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{1}\right)^3 = 4^3 = 64$$

Таблица степеней чисел

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	1	4	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4	1	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576
5	1	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625
6	1	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176
7	1	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	282475249
8	1	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728	1073741824
9	1	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489	3486784401
10	1	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000	1000000000	10000000000

Арифметический корень
натуральной степени.

← См. табл.

$$x^4 = 16$$

$$x^4 - 16 = 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$x^2 - 4 = 0 \text{ или } x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x^2 = -4$$

$$x_{1,2} = \pm 2$$

$$x_{3,4} = \emptyset \text{ (нет корней)}$$

$$\text{Ответ: } \pm 2$$

Определение.

$$\sqrt[n]{a} = b$$

$$3) \sqrt[n]{a} = a$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a$$

$$1) b \geq 0$$

n - натуральное число

$$2) b^n = a$$

$$n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

$$\sqrt[3]{8} = 2, \text{ т.к. } 2^3 = 8, 2 > 0$$

$$\sqrt[3]{64} = 4, \text{ т.к. } 4^3 = 64, 4 > 0$$

$$(x-4)(x-1)(x+5) \geq 0$$

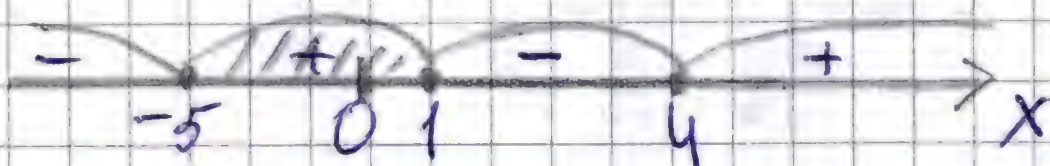
1. Найти корни левой части

$$(x-4)(x-1)(x+5) = 0$$

$$x-4=0 \quad x-1=0 \quad x+5=0$$

$$x=4 \quad x=1 \quad x=-5$$

2. На числовой прямой отметить корни.



3. Определить знаки в интервалах.

4. Записать ответ.

$$\geq 0 \quad \leq 0$$

$$\geq 0 \quad \leq 0$$

$$+ \quad -$$

$$x \in [-5; 1] \cup [4; +\infty)$$

$$5x - x^2 - 6 > 0$$

$$1. 5x - x^2 - 6 = 0$$

$$-x^2 + 5x - 6 = 0 \quad | :(-1)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

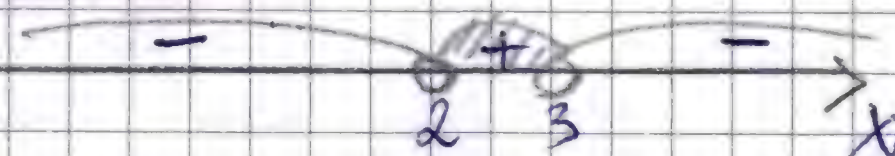
$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = 6 \text{ по по } \textcircled{m} \text{ обратной } \textcircled{m} \text{ Виета}$$

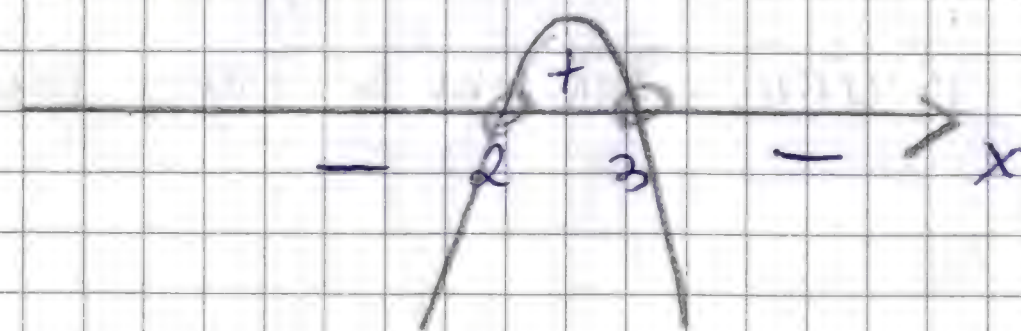
$$x_1 = 3 \quad x_2 = 2$$

$$2. 5(x-x_1)(x-x_2)$$

$$-1(x-2)(x-3) > 0$$



$$\text{Ответ: } (2; 3)$$



Свойства арифметических

корней натуральной степени.

$$1) \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$2) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$3) \sqrt[n]{0} = 0$$

$$4) \sqrt[n]{1} = 1$$

$$5) \sqrt[n]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Пример:

$$\sqrt[6]{2^3} = \sqrt[2]{2} = 2$$

$$\sqrt[12]{64} = 2$$

$$6) \sqrt[n]{a^n} = a$$

$$7) \sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

Корень четной степени из отриц. числа

$$x^3 = -8$$

$$x = -2$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

Степень с рациональным показателем.

И-р:

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-5} = 16^5$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

I Рациональное число - это число вида $\frac{m}{n}$, где $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$. Обозначается a .

Определение.

Если $n \in \mathbb{N}$,

$n \geq 2$, m - целое

и является $\frac{m}{n}$ является целым числом, то

при $a > 0$ справедливо $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

И-р:

$$8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

$$a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$$

Возведение в степень числовых неравенств.

1) Если $a > b > 0$, $n \in \mathbb{N}$, то $a^n > b^n$

Н-р:

$$5 > 3 \text{ если } 5 > 0 \text{ и } 3 > 0$$

$$5^2 > 3^2$$

$$25 > 9$$

2) Если $a > b > 0$, $r > 0$, то $a^r > b^r$

Если $a > b > 0$, $r < 0$, то $a^r < b^r$

Н-р:

а) $5^{\frac{2}{7}} > 3^{\frac{2}{7}}$, т.к. $\frac{2}{7} > 0$, и $5 > 3 > 0$

б) $0,4^{-1,5} < 0,6^{-1,5}$, т.к. $-1,5 < 0$, и $0,4 > 0,6 > 0$

3) Показательное уравнение

показат. $a^x = b$

$$a^x = a^c, \text{ если } a^x = a^0, \text{ то } x = c$$

Н-р: $2^x = 4$

$$2^x = 2^2$$

$$x = 2$$

Функция. Область определения функции.

I Функция - это зависимость одной переменной от другой.

ООФ (Область Определения Функции) - это множество всех значений, которые может принимать её аргумент.

x - независимая переменная (аргумент)

y - зависимая переменная (функция)

График функции - это множество всех точек координатной плоскости, абсцисса которых равна значению независимой переменной из области определения этой функции, а ордината - соответствующим значением функции.

$$y(x) = \frac{x+5}{x-1}$$

$$1) y(-2) = \frac{-2+5}{-2-1} = \frac{3}{-3} = -1$$

$$y(0) = \frac{0+5}{0-1} = \frac{5}{-1} = -5$$

$$2) x = ?$$

$$y(x) = -3$$

$$-3 = \frac{x+5}{x-1}$$

$$-3(x-1) = x+5$$

$$-3x + 3 = x + 5$$

$$-3x - x = 5 - 3$$

$$-4x = 2$$

$$x = -\frac{2}{4}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -0,5$$

$$\text{Ответ: } -0,5$$

Степенная функция.

Возрастание и убывание функции.

I Функция вида $y = x^r$, где $r \in \mathbb{R}$, называется степенной функцией.

1. Если $r = 1$

$y = x$ (линейная функция)

ОДЗ $x \in \mathbb{R}$ (любое число)

Функция возрастает.

2. Если $r = 2$

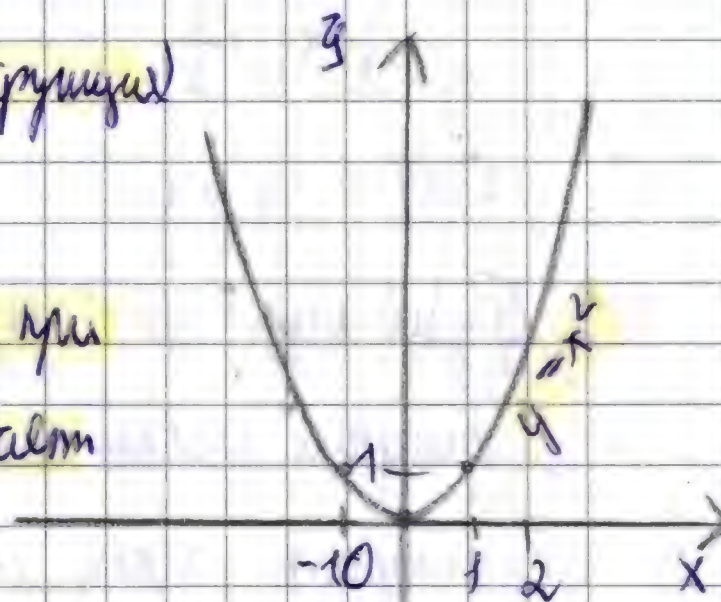
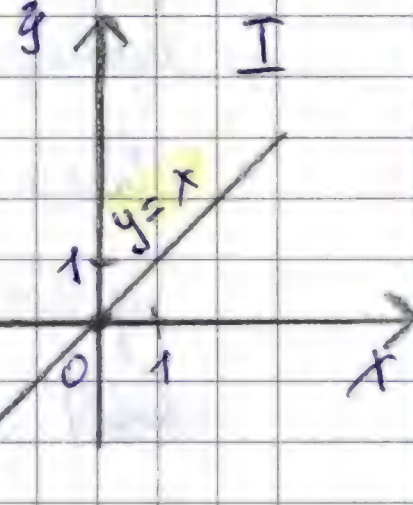
$y = x^2$ (квадратичная функция)

ОДЗ $x \in \mathbb{R}$

Функция возрастает при

$x \in [0; +\infty)$ и убывает

$x \in (-\infty; 0]$



3. Если $r = 3$

$$y = x^3 \text{ (кубическая функция)}$$

$$\text{ООФ } x \in \mathbb{R}$$

Функция возрастает

4. Если $r = \frac{1}{2}$

$$y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

$$\text{ООФ: } x \geq 0$$

Функция возрастает

5. Если $r = -1$

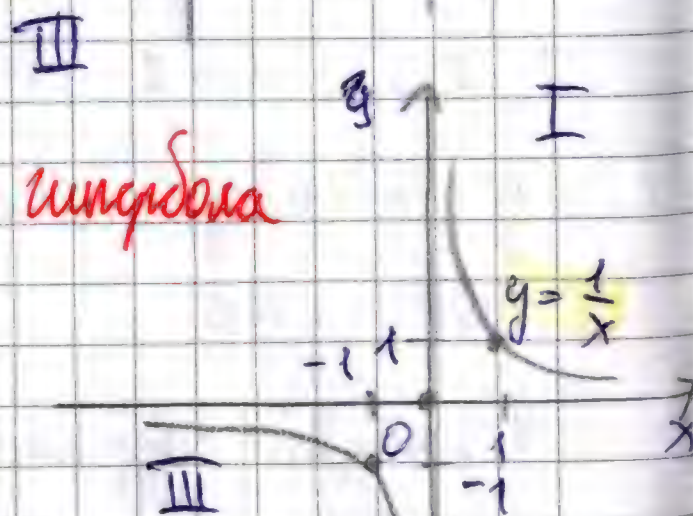
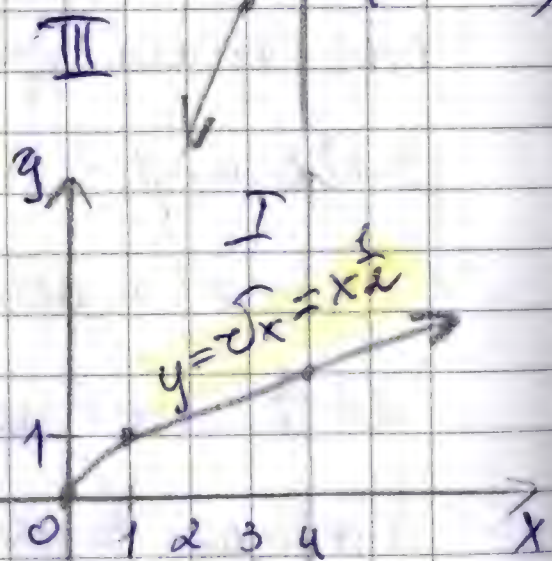
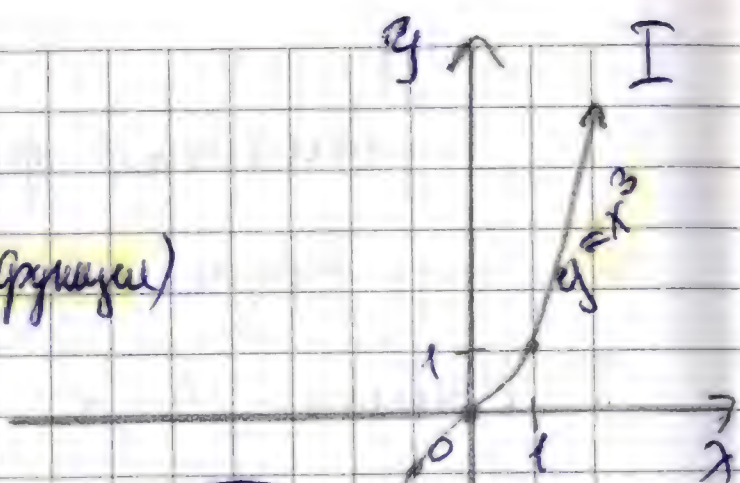
$$y = x^{-1} = \frac{1}{x}$$

$$\text{ООФ: } x \neq 0$$

Функция убывает

График любой степенной функции

проходит через координата (1; 1)!



гипербола

II Возрастание и убывание функции

• Функция $y(x)$ называется убывающей на промежутке, если для любых x_1, x_2 из этого промежутка, таких, что $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $y(x_2) < y(x_1)$

• Функция $y(x)$ называется возрастающей на некотором промежутке, если для любых x_1, x_2 , принадлежащих данному промежутку, таких, что $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $y(x_2) > y(x_1)$

ИЛИ

• Если $x_1 < x_2$ и $y(x_1) < y(x_2)$, то функция $\nearrow$

• Если $x_1 < x_2$ и $y(x_1) > y(x_2)$, то функция $\searrow$

Док-ть, что функция $\uparrow$ на всей области

определения: $y(x) = 13x - 1$

Пусть $x_1 < x_2$

$$y(x_1) < y(x_2)$$

$$y(x_1) = 13x_1 - 1$$

$$y(x_2) = 13x_2 - 1$$

$$y(x_1) - y(x_2) = 13x_1 - 1 - (13x_2 - 1) = 13x_1 - 13x_2$$

$$+1 = 13(x_1 - x_2) < 0, \text{ т.к. } x_1 < x_2 \Rightarrow y(x_1) < y(x_2) \text{ т.т.т.}$$

Чётность и нечётность
функции.

1. Определение.

1) Если $f(-x) = f(x)$, то $y = f(x)$ - чётная

2) Если $f(-x) = -f(x)$, то $y = f(x)$ - нечётная

И-р: $y = x^2$
 $y = x^3$

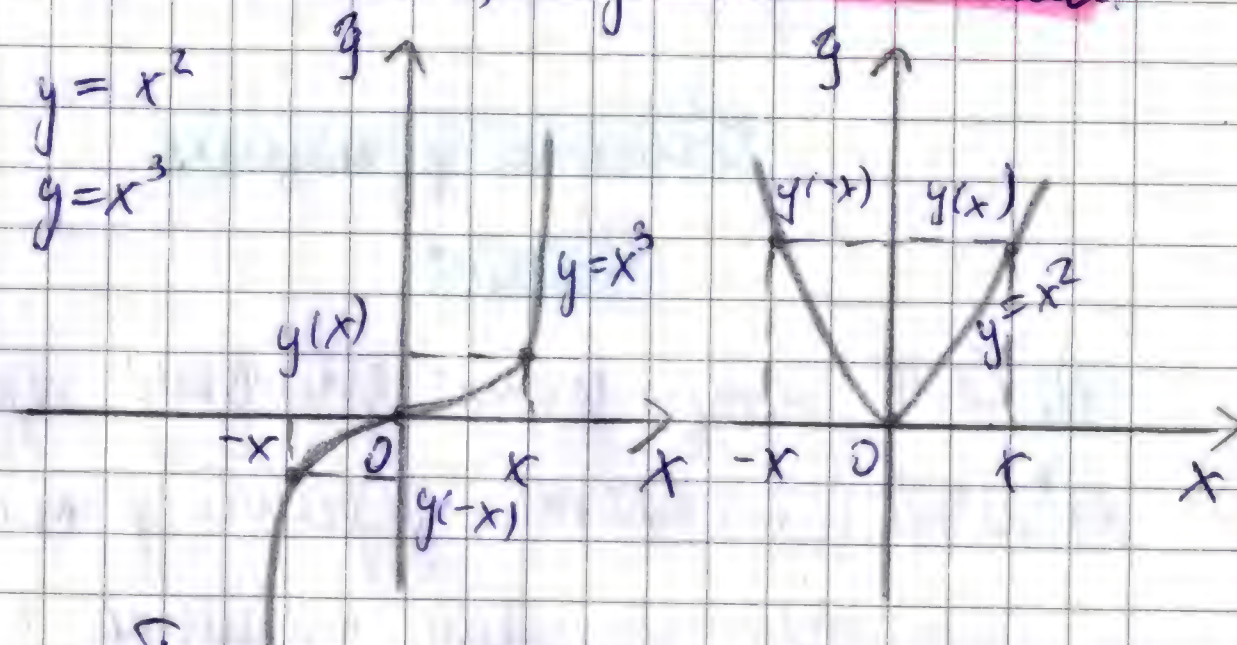


График нечётной
функции симметричен
относительно $O(0;0)$

График чётной
функции
симметричен
относительно OY

1) $y = 2x^4$ - функция чётная

$$y(-x) = 2 \cdot (-x)^4 = 2x^4 = y(x)$$

$$y(-x) = y(x)$$

2) $y = x^2 - x + 1$ - функция общего вида.

$$y(-x) = (-x)^2 - (-x) + 1 = x^2 + x + 1 = -(-x^2 - x - 1)$$

3) $y = x^{-3}$ - функция нечётная

$$y(-x) = (-x)^{-3} = \frac{1}{-x^3} = -\frac{1}{x^3} = -y(x)$$

$$y(-x) = y(x)$$

Свойства функции.

План.

1) ОДЗ (допустимые значения переменной x)

2) МЗФ (множество значений функции)
(множества значений переменной y)

3) Нули функции - точки пересечения графика с осью Ox .

4) Множество значений x при которых

а) $y > 0$

б) $y < 0$

5) Монотонность (применяется возрастания

или убывания функции)

6) Чётность, нечётность.

7) Найти наибольшее (наименьшее)

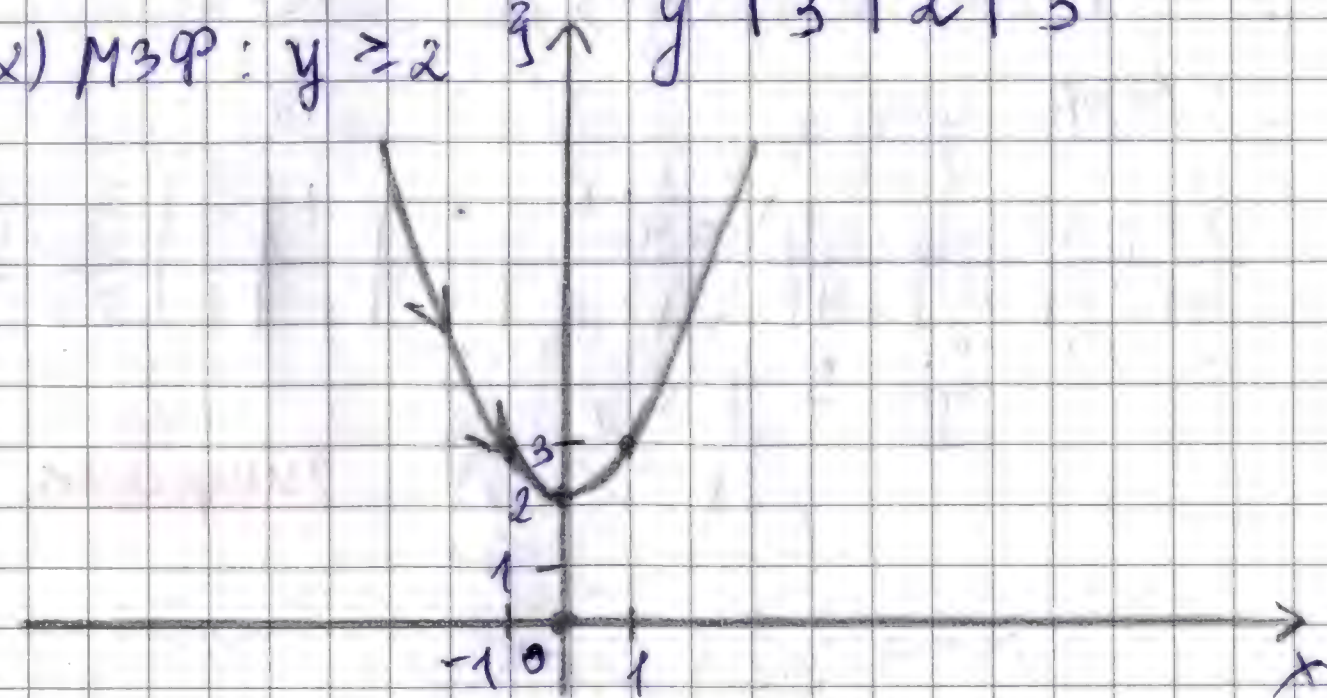
значение функции, при каких x достигается.

Н-р:

$$y = x^2 + 2$$

1) ОДЗ: $x \in \mathbb{R}$

2) МЗФ: $y \geq 2$



3) y - нет нулей

4) $y > 0$ при $x \in \mathbb{R}$

$y < 0$ нет

5) Функция $\uparrow$ при $x \in (-\infty; 0]$

Функция $\searrow$ при $x \in [0; +\infty)$

6) Чётная функция

7) $y_{\max} = \text{нет}$

$y_{\min} = 2$ при $x = 0$

Функция $y = \frac{k}{x}$

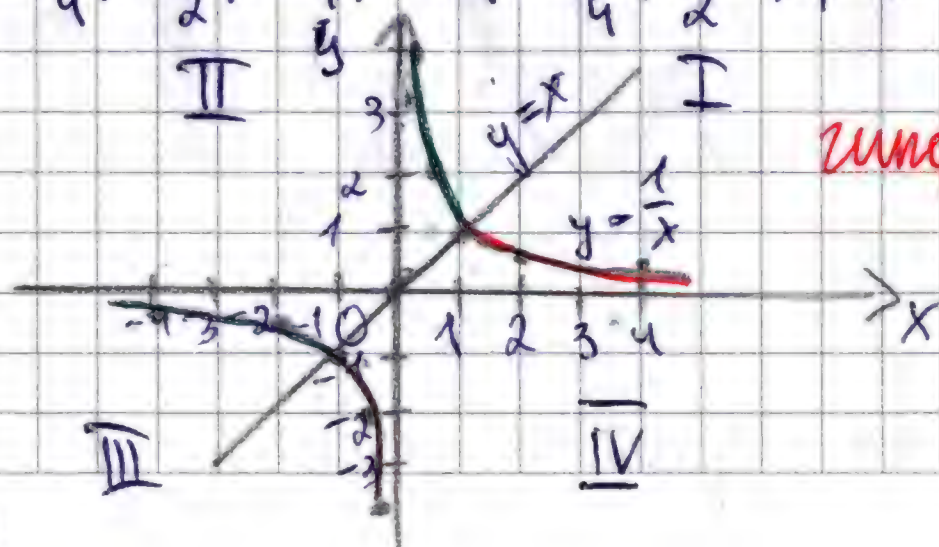
1) ООП: $x \neq 0$

$y = \frac{1}{x}$

$k > 0$

2) МЗП: $y \neq 0$

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{4}$	1	2	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-4	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	4	2	-2



гипербола

3) нулей нет

4) $y > 0$ при $x > 0$

$y < 0$ при $x < 0$

5) Функция убывает на всей области определения

6) Нечётная функция

7) $y_{\max} = \text{нет}$

$y_{\min} = \text{нет}$

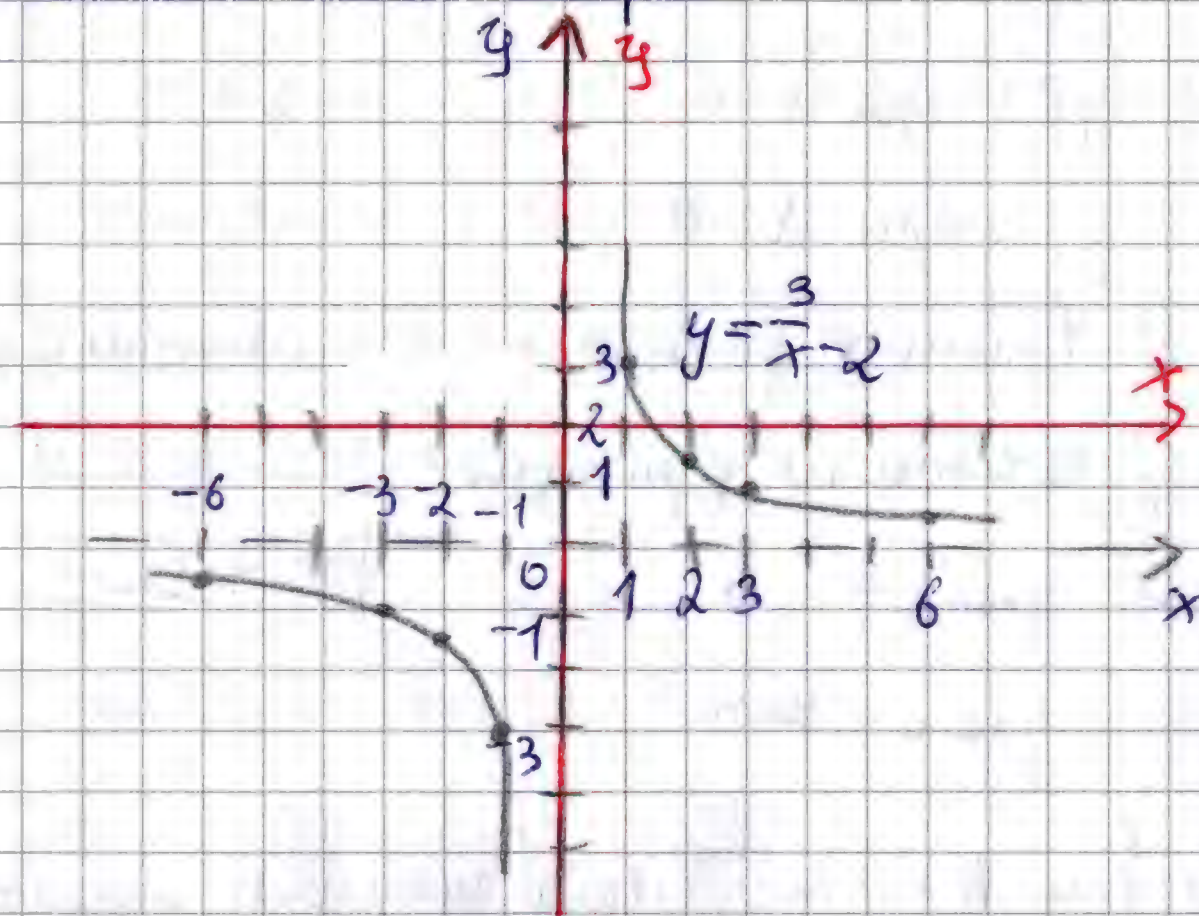
• Если $k > 0$, то ветви гиперболы расположены в I и III квадрантах (северных).

• Если $k < 0$, то ветви гиперболы расположены в II и IV квадрантах (южных).

$y = \frac{3}{x} - 2$; $y = \frac{3}{x}$

x	1	3	-6	-3	-2	2	6	-1
y	3	1	-0,5	-1	-1,5	1,5	0,5	-3

Переносим ОХ на 2 вверх



Неравенства и уравнения,
содержащие степень.

I Неравенства, содержащие нечётную
степень.

к-р:

1) $x^5 > 32$

$$x^5 > 2^5$$

$$x > 2$$

Ответ: $x > 2$

2) $x^3 < 64$

$$x^3 < 4^3$$

$$x < 4$$

Ответ: $x < 4$

II Неравенства, содержащие чётную степень.

3) $x^4 < 16$

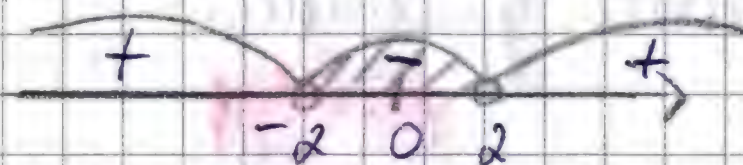
$$x^4 - 16 < 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) < 0$$

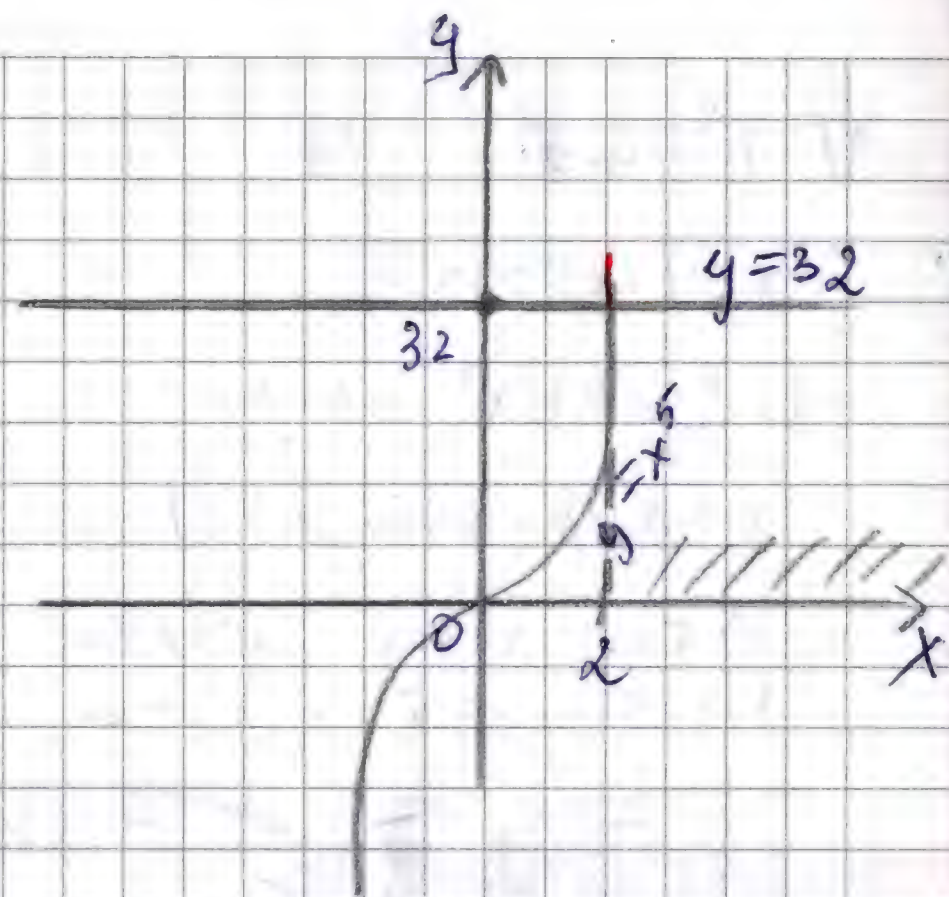
$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) < 0$$

$$x - 2 = 0 \quad x + 2 = 0 \quad x^2 + 4 = 0$$

$$x = 2 \quad x = -2 \quad x = \emptyset$$



Ответ: $(-2; 2)$



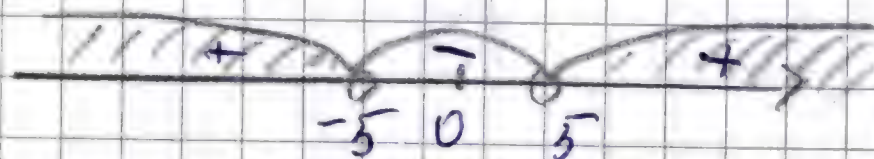
$$4) x^4 > 625$$

$$x^4 + 625 > 0$$

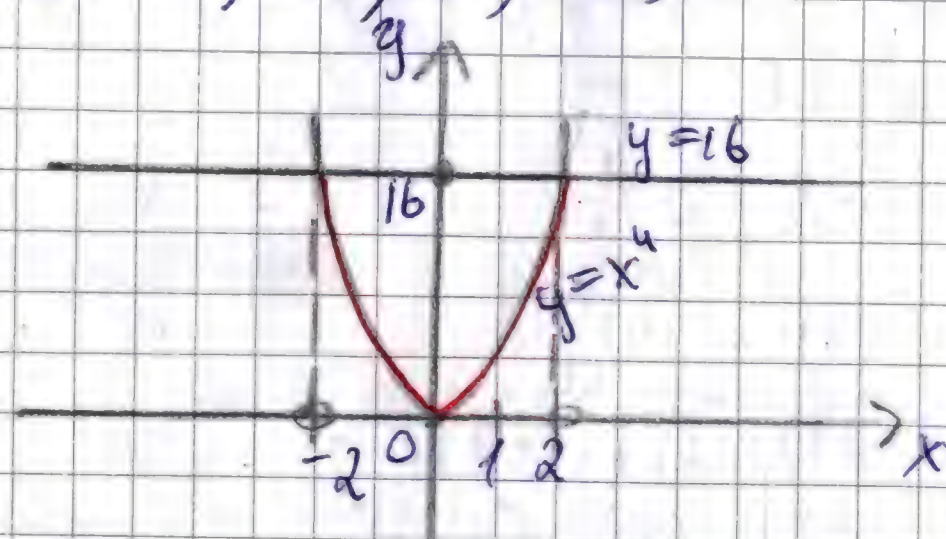
$$(x^2 + 25)(x^2 - 25) > 0$$

$$(x+5)(x-5)(x^2+25) > 0$$

$$\begin{array}{lll} x+5=0 & x-5=0 & x^2+25=0 \\ x=-5 & x=5 & x^2=0 \end{array}$$



$$\text{Ответ: } (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$$



III Иррациональные уравнения

$$5) \sqrt{x-11} = 4$$

$$(\sqrt{x-11})^2 = 4^2$$

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$x - 11 = 16$$

$$x = 27$$

Проверка:

$$\sqrt{27-11} = 4$$

$$\sqrt{16} = 4$$

4 = 4 верно

Ответ: 27

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$6) \sqrt{x-1} + \sqrt{11-x} = 4$$

$$(\sqrt{x-1} + \sqrt{11-x})^2 = 4^2$$

$$\sqrt{x-1}^2 + 2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{11-x} + \sqrt{11-x}^2 = 4^2$$

$$x-1 + 2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{11-x} + 11-x = 16$$

$$2 \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{11-x} = 6 \quad | :2$$

$$(\sqrt{x-1})^2 \cdot (\sqrt{11-x})^2 = 3^2$$

$$(x-1) \cdot (11-x) = 9$$

$$-x^2 + 12x - 11 = 9 \quad | : (-1)$$

$$-x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = 20$$

$$x_1 + x_2 = 12 \quad \text{но } \textcircled{m} \text{ отрицательн } \textcircled{m} \text{ Верно}$$

$$x_1 = 10 \quad x_2 = 2$$

Проверка:

$$x_1 = 10$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{1} = 4$$

$$3 + 1 = 4$$

$$4 = 4 \quad \text{Верно}$$

$$x_2 = 2$$

$$\sqrt{1} + \sqrt{9} = 4$$

$$1 + 3 = 4$$

$$4 = 4 \quad \text{Верно}$$

$$\text{Ответы: } 10; 2$$

Арифметическая прогрессия

$$1, 4, 9, 16, 25, \dots$$

$$-1, 0, -1, 0, \dots$$

$$a_{n+1} = a_n + d$$

d - разность

$$1, \overset{-3}{-2}, \overset{-3}{-5}, \overset{-3}{-8}, \overset{-3}{-11} \quad d = -3$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{n+1} - a_1 = d$$

$$-2; -5; -8; -11$$

$$-8 = \frac{-5 + (-11)}{2}$$

$$\text{Дано: } a_n = 3 - 4n$$

Д-но, что является арифметической прогрессией

Решение:

$$d = a_{n+1} - a_n$$

$$a_{n+1} = 3 - 4 \cdot (n+1) = 3 - 4n - 4 = -1 - 4n$$

$$d = -1 - 4n - (3 - 4n) = -1 - 4n - 3 + 4n = \textcircled{-4} = d \quad \text{арифметическая прогрессия}$$

Геометрия

Н-р:

1) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 2$ - уравнение окружности с центром в точке $(1; -3)$, радиуса $\sqrt{2}$

2) $x^2 + (y-4)^2 = 4$ - уравнение окружности с центром в точке $(0; 4)$, радиуса 2.

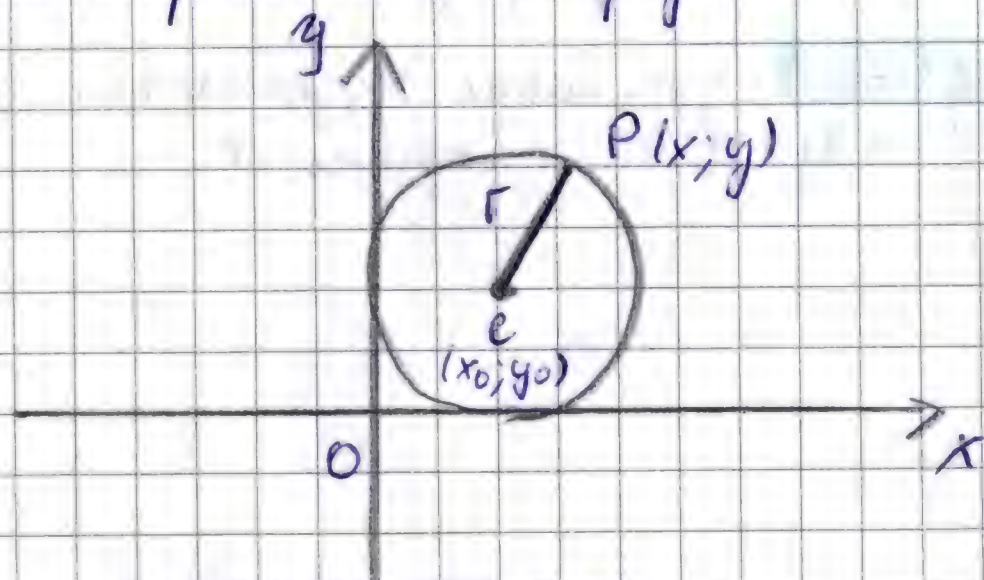
Если $x^2 + y^2 = r^2$ - уравнение окружности с центром в точке $(0; 0)$, радиуса r .

Уравнение линии на плоскости -

это уравнение с двумя переменными

$$A(x; y) = 0$$

II Уравнение окружности.



$$PC = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$$

$$P \in \text{Окр}(C; r)$$

$$r = \sqrt{(\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2})^2}$$

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$ - уравнение окружности с центром в точке C , радиуса r

$$3) PM = \sqrt{(4-5)^2 + (0-1-9)^2} = \sqrt{82}$$

$$4) P_{\Delta MNP} = 2\sqrt{7} + 4\sqrt{2} + \sqrt{82}$$

Уравнение линии на плоскости, уравнение окружности

I Уравнение линии.

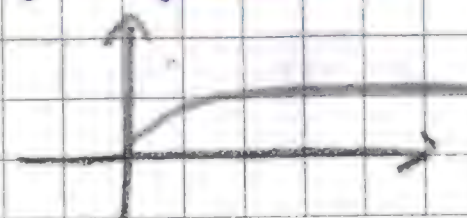
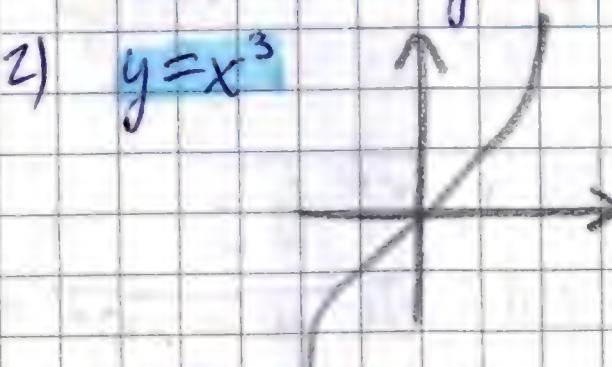
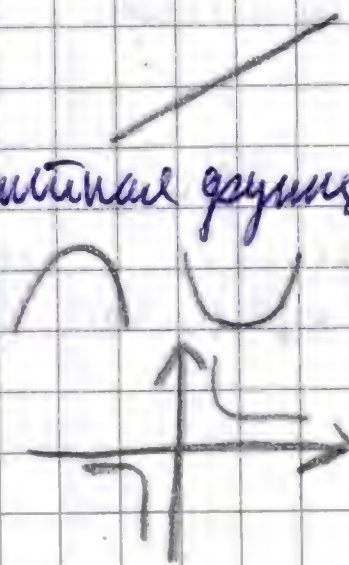
а) Прямая $y = kx + b$ (линейная функция)

б) Парабола $y = ax^2 + bx + c$

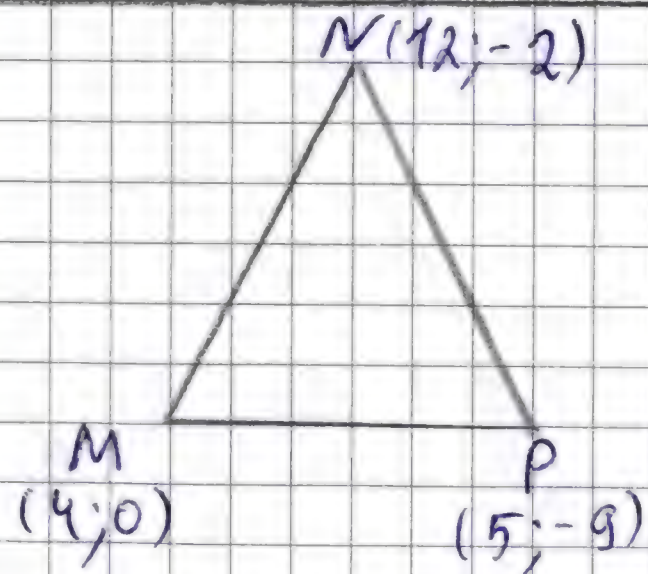
в) Гипербола $y = \frac{k}{x}$

г) $y = x^3$

д) $y = \sqrt{x}$



Название	Рисунок (или текст)	Формула
1) Координаты вектора		$\vec{AB} \begin{cases} x_2 - x_1; y_2 - y_1 \end{cases}$ из конца начало
2) Координаты середины отрезка		$\vec{C} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$
3) Длина вектора	$\vec{a} \begin{cases} x; y \end{cases}$	$ \vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2}$
4) Расстояние между двумя точками		$d = MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$



$$1) \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$MN = \sqrt{(12 - 4)^2 + (-2 - 0)^2} =$$

$$= \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

$$2) NP = \sqrt{(5 - 12)^2 + (-9 - (-2))^2} = 7\sqrt{2}$$

Дано: $\vec{a} \begin{cases} 3; 2 \end{cases}$

Найти: $2\vec{a} \begin{cases} 6; 4 \end{cases}$

$$3\vec{a} \begin{cases} 9; 6 \end{cases}$$

$$-\vec{a} \begin{cases} -3; -2 \end{cases}$$

$$-3\vec{a} \begin{cases} -9; -6 \end{cases}$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$$

$$\vec{a} \begin{cases} 4; 1 \end{cases}$$

$$\vec{b} \begin{cases} 1; 2 \end{cases}$$

$$\vec{c} \begin{cases} 2; 7 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 8; 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3; 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8; 28 \end{pmatrix} =$$

$$\vec{c} \begin{cases} 3; 24 \end{cases}$$

$\vec{i}$ и $\vec{j}$ - единичные векторы

$\vec{OA} = \text{вектор} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$

$OA \{2; 3\}$

$OB = -3\vec{i} + 3\vec{j}$

$OB \{-3; 3\}$

$OP = 5\vec{i} - \vec{j}$

$OP \{5; -1\}$

$\vec{AN} = 2\vec{i} - \vec{j}$

$AN \{2; -1\}$

III Если $\vec{a} \{x_1, y_1\}$ и $\vec{b} \{x_2, y_2\}$

① $\vec{a} + \vec{b} \{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}$

② $\vec{a} - \vec{b} \{x_1 - x_2; y_1 - y_2\}$

Если $c \in \mathbb{R}$

③ $c\vec{a} \{cx_1; cy_1\}$

Координаты вектора.

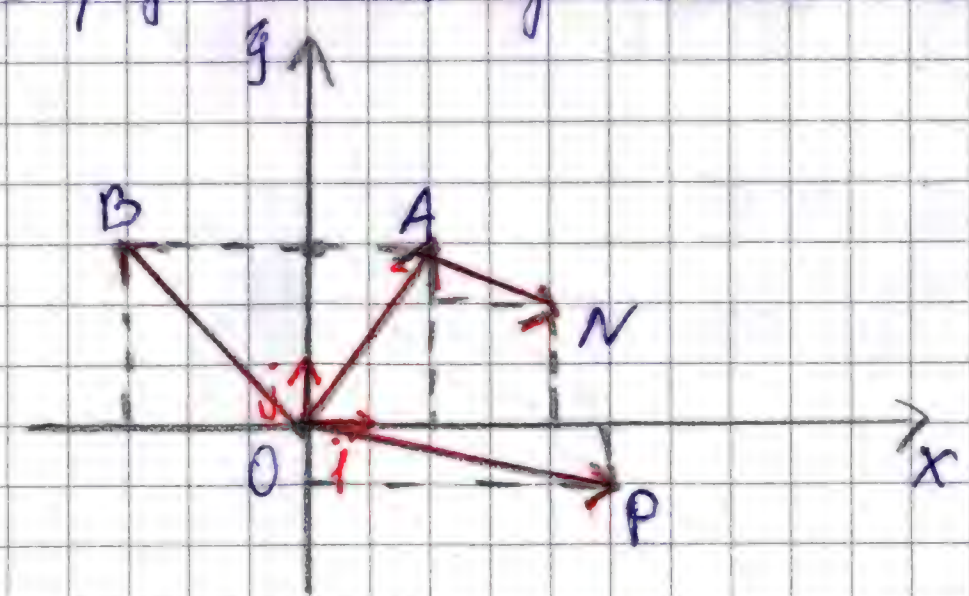
I Лемма - Если $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$, то $\vec{a}$ и $\vec{b}$ - коллинеарны

II Теорема

① Если $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны, x, y - числа, то говорят, что $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$

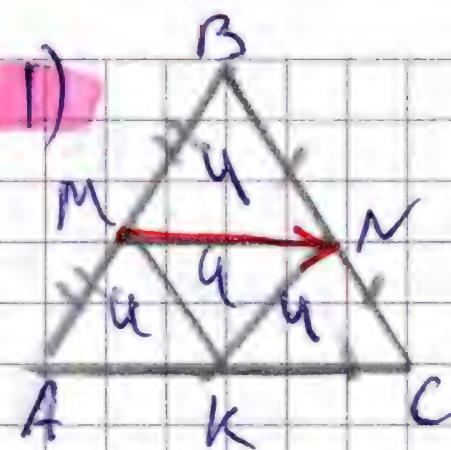
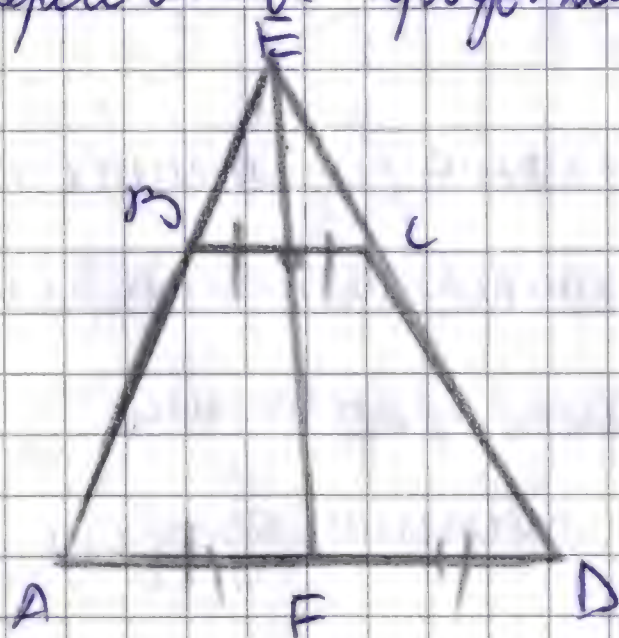
② Любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.

ТЕОРЕМА



Диагональ трапеции делит ее на
и треугольники, два из которых подобны,
два имеют равные площади (равновеликие).

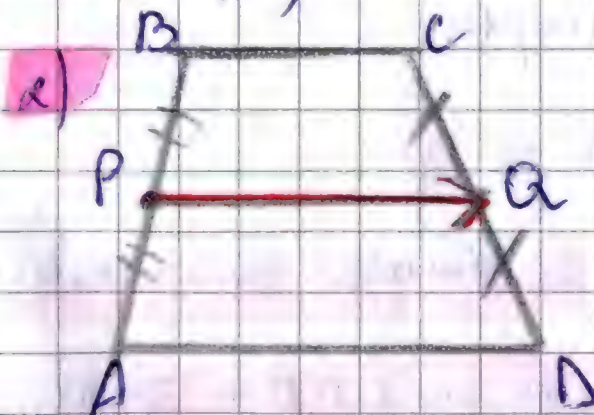
Прямая, проведенная через середины
оснований трапеции, проходит через точку
пересечения продолжений боковых сторон.



$$S_{AMNC} = 4 \cdot 3 = 12$$

MN - средняя линия треугольника

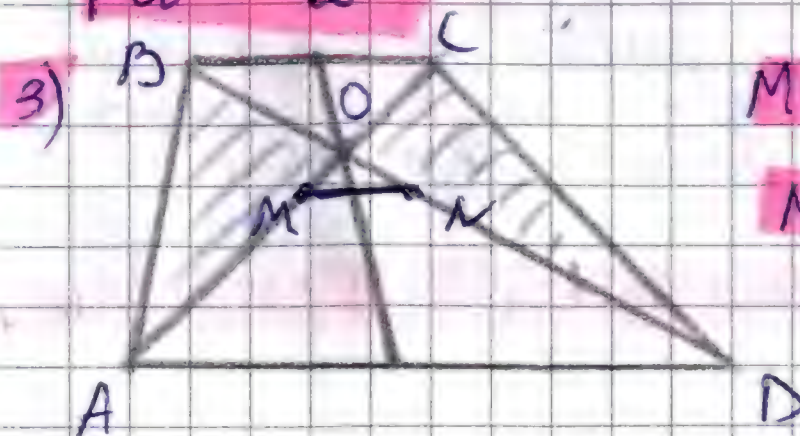
$$MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2} AC$$



ABCD - трапеция

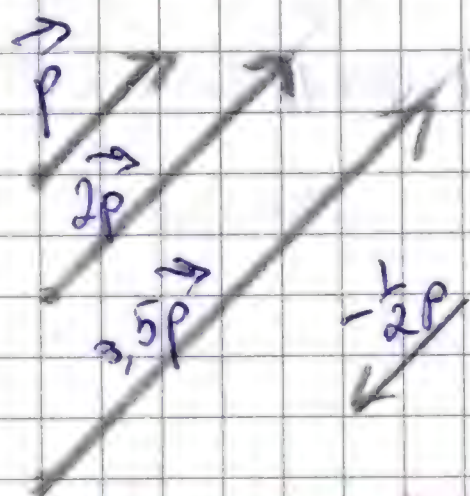
PQ - средняя линия трапеции (можно
проверить малым свойством).

$$PQ = \frac{BC + AD}{2}$$



M и N - середина диагоналей

$$MN = \frac{AD + BC}{2}$$



Замечание.

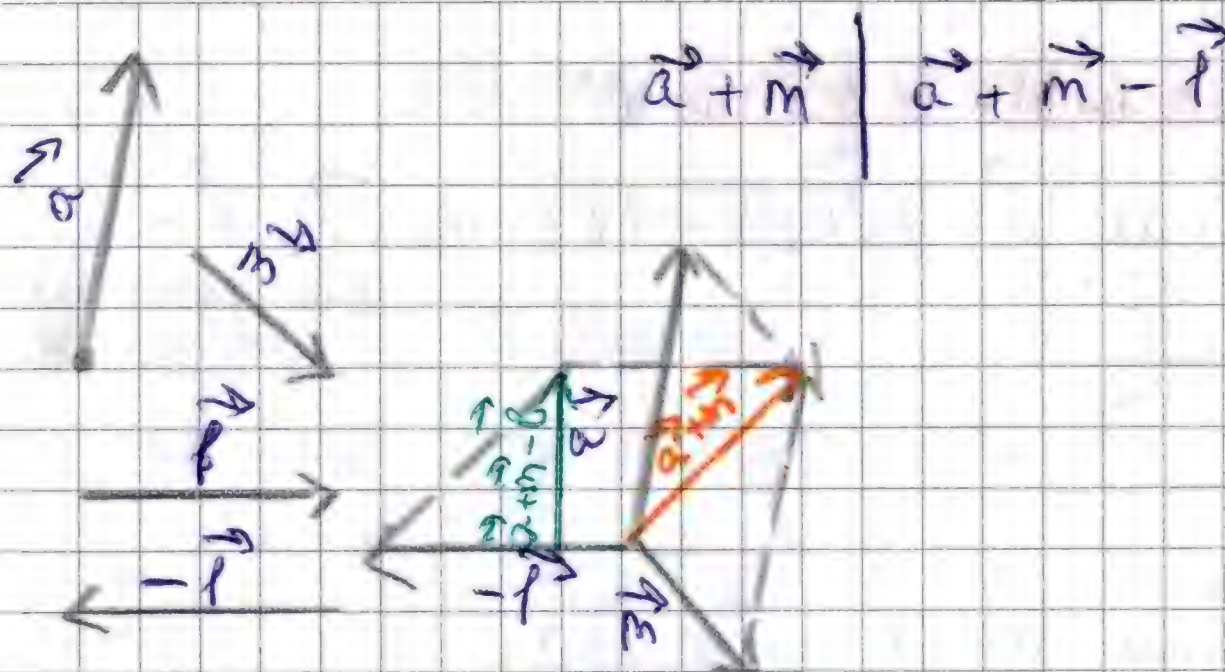
- 1) $\vec{a}$ и $k \cdot \vec{a}$ — коллинеарны
- 2) $\vec{a} \cdot 0 = \vec{0}$

II Свойства умножения вектора на число

- 1) $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ (ассоциативный закон)
- 2) $(k+l) \cdot \vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ (первый распределительный закон)
- 3) $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ (второй распределительный закон)

Для любого числа k, l и
любого векторов $\vec{a}, \vec{b}$

IV Средние линии треуго. и трапеции.



Произведение векторов.

I Произведение числа k на вектор $\vec{a}$ называют малым вектором, то $|\vec{b}| = |k| \cdot |\vec{a}|$

$\vec{b} \uparrow \uparrow \vec{a}$, если $k \geq 0$

$\vec{b} \uparrow \downarrow \vec{a}$, если $k < 0$

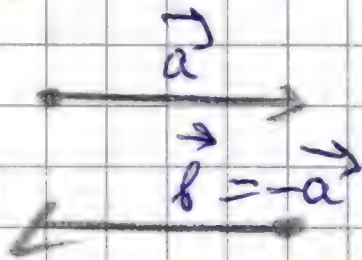
($\vec{a} \neq \vec{0}$)

Если $\vec{a} = \vec{0}$, то $k \cdot \vec{a} = \vec{a}$

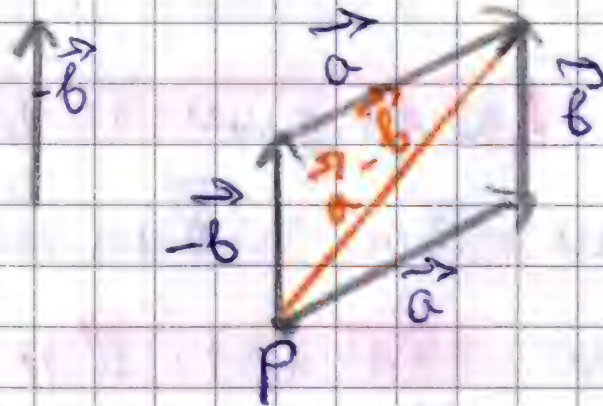
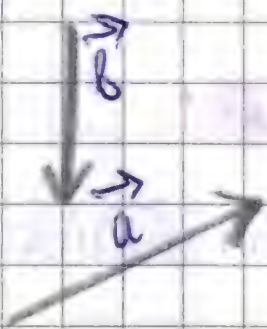
Компьютер:

II Возвращение векторов

① Если $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ и $\vec{a} \perp \vec{b}$, то $\vec{a}$ и $\vec{b}$ - противоположные векторы



② Если $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$



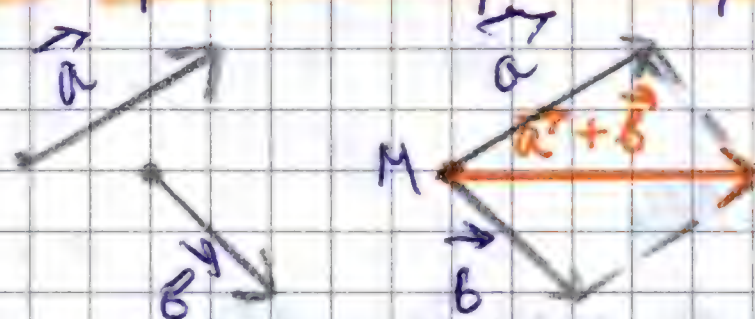
$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \text{ — правило треугольника}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{MN} + \vec{NQ} = \vec{MQ} \\ \vec{MP} + \vec{PQ} = \vec{MQ} \end{array} \right\} \vec{MQ} + \vec{NQ} = \vec{MP} + \vec{PQ} \text{ по правилу треугольника}$$

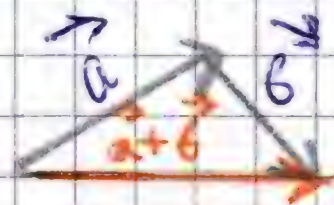
Сложение, вычитание векторов

I Сложение векторов

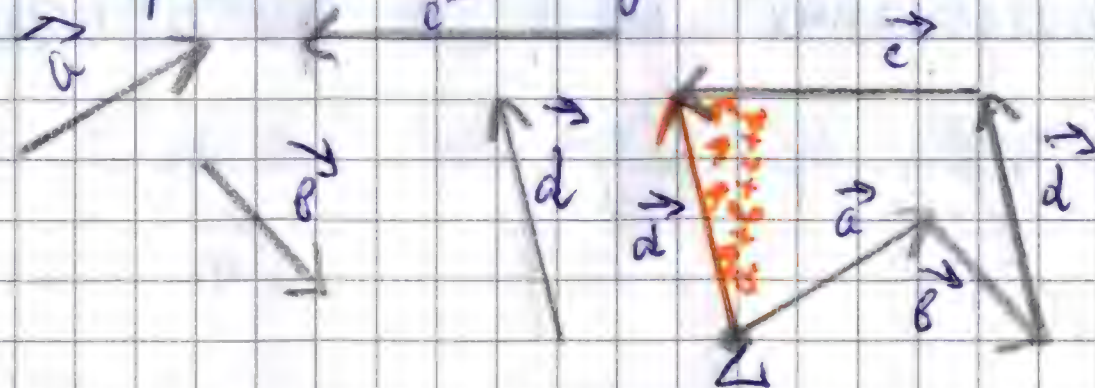
а) правило параллелограмма



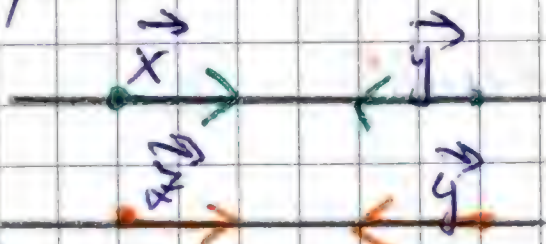
б) правило треугольника



в) правило многоугольника



а) коллинеарные вектора - вектора, которые лежат на одной прямой или параллельных прямых.



б) сонаправлены $\uparrow\uparrow$

противоположнонаправлены $\uparrow\downarrow$

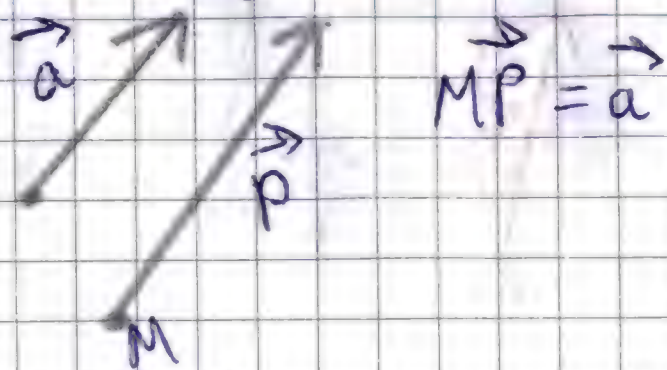
$\vec{x} \uparrow\downarrow \vec{y}$ (противоположнонаправлены)

$\vec{x} \uparrow\uparrow \vec{z}$ (сонаправлены)

в) $\vec{a} = \vec{b}$ если

1) $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ 2) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

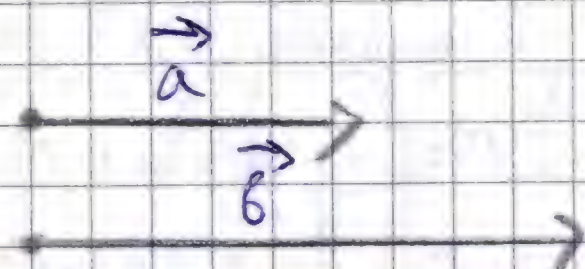
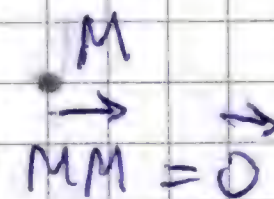
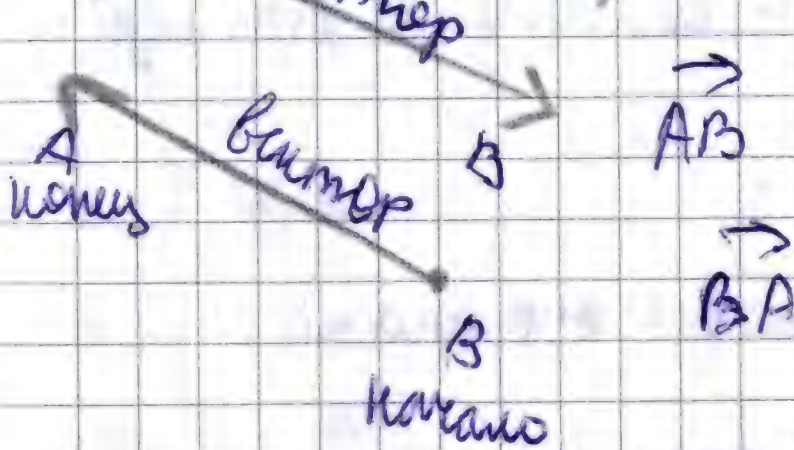
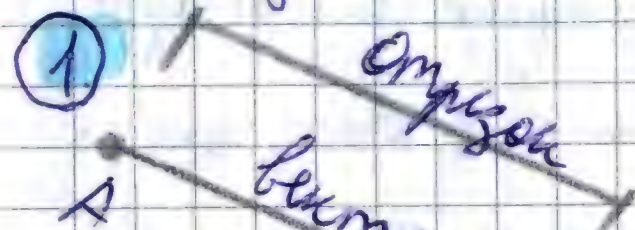
г) Откладывание вектора от данной точки.



Понятие вектора.

Равенство векторов.

I Определение вектора.



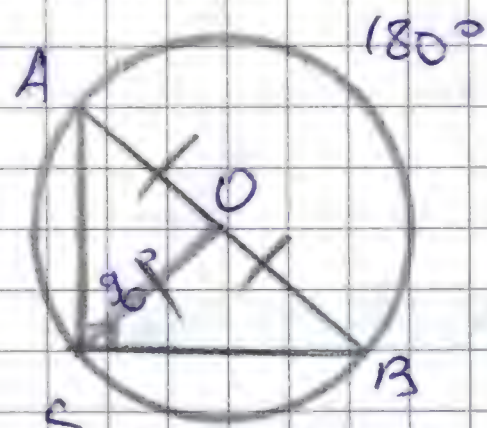
② Длина вектора - длина отрезка $|\vec{AB}| = 3,5 \text{ см.}$

$|\vec{a}| = 3$ $|\vec{0}| = 0$

③ Равенство векторов

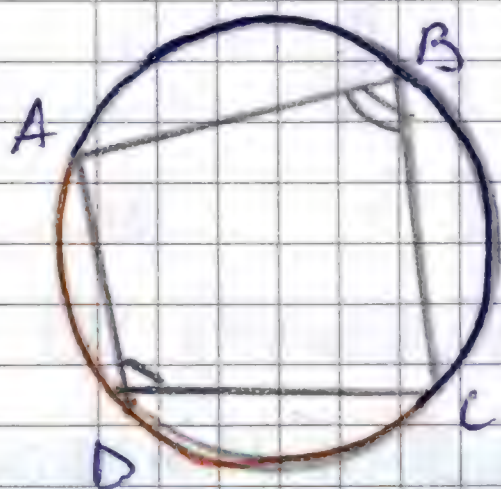
Замечание 1.

Около треуго. можно описать только одну окружность.



O - середина хорды AB
Медиана равнобедр. треуг. =
= высоте и биссектрисе

III Четырехугольники и окружности.



$$\angle D - \text{вписанный} = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\angle B - \text{вписанный} = \frac{1}{2} \angle AOC$$

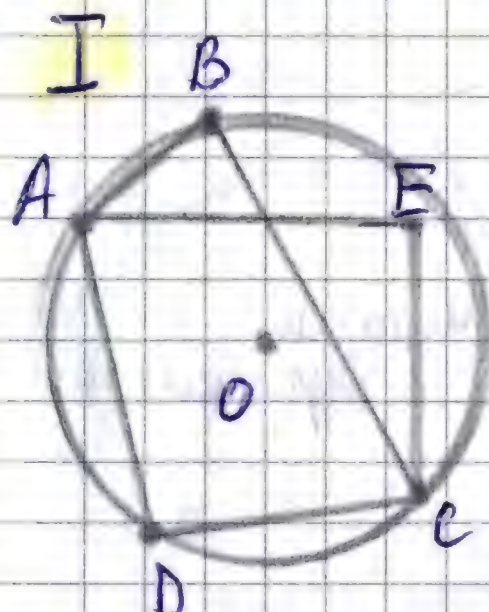
$$\angle D + \angle B = \frac{1}{2} (\angle AOC + \angle AOC)$$

$$\angle D + \angle B = \frac{1}{2} 360^\circ = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = \angle A + \angle C = 180^\circ$$

свойство углов
вписанного четырехуг.

Описанная окружность.



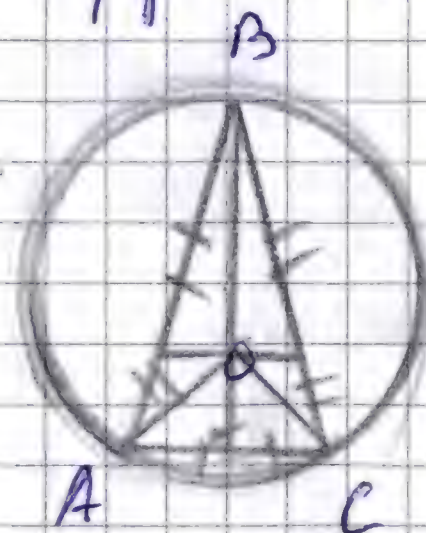
Окр (O; r) - описанная

ABCD - вписанный

четырехугольник.
ABCD не является
описанным, т.к. вершина E
не лежит на Окр.

II Теорема.

Около любого треугольника можно описать окружность.

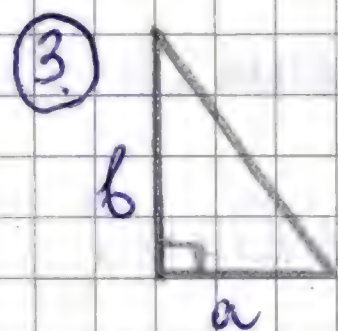


O - точка пересечения
серединных перпендикуляров к
сторонам.

Она равноудалена от вершин
 $OA; OB; OC \Rightarrow OA = OB = OC$

Окр (O; r) проходит через

A, B, C $\Rightarrow$ является описанной
около $\triangle ABC$.

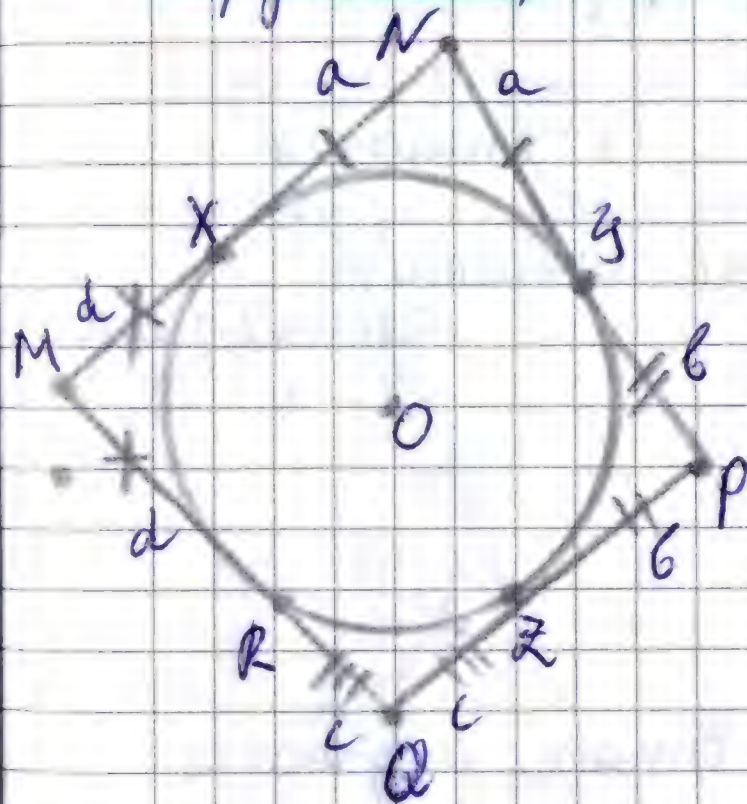


$$S = \frac{1}{2}ab$$

④ $S = p \cdot r$

r - радиус вписанной окружности

III Окружность, вписанная в четырехугольник.



$$NP + MQ = MN + QP$$

IV Площадь треугольника.

① $S = \frac{1}{2}a \cdot h$

a - основание

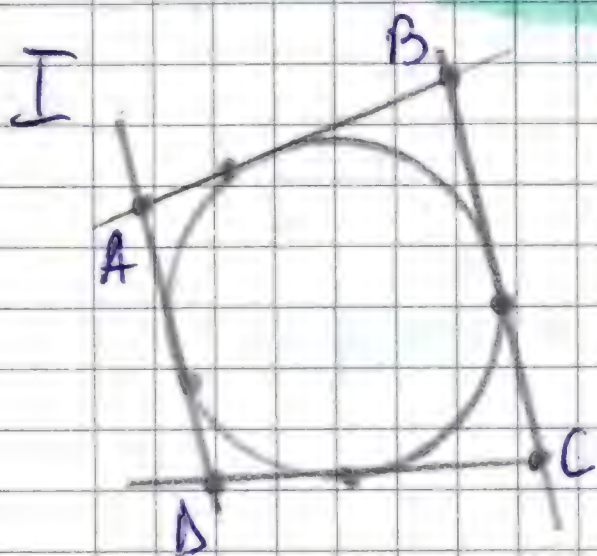
h - высота, проведенная к a

p - полупериметр

② $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ - формула Герона

a, b, c - длины сторон

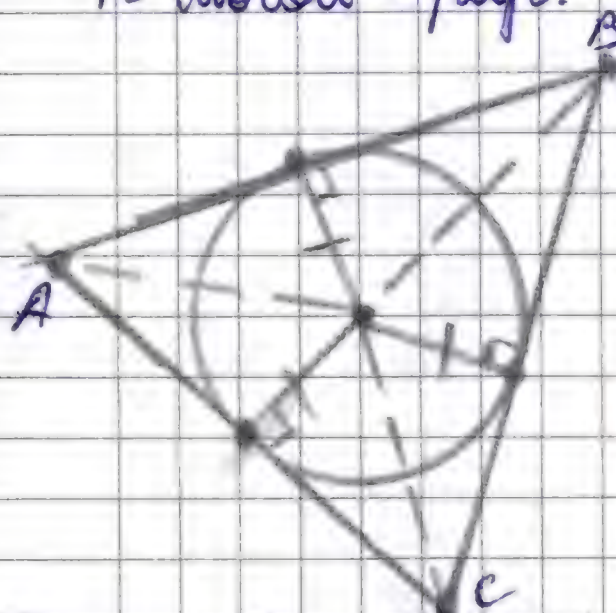
Вписанная окружность



Окр $(O; r)$ - вписанная
 $ABCD$ - описанный
 четырехугольник

II Теорема.

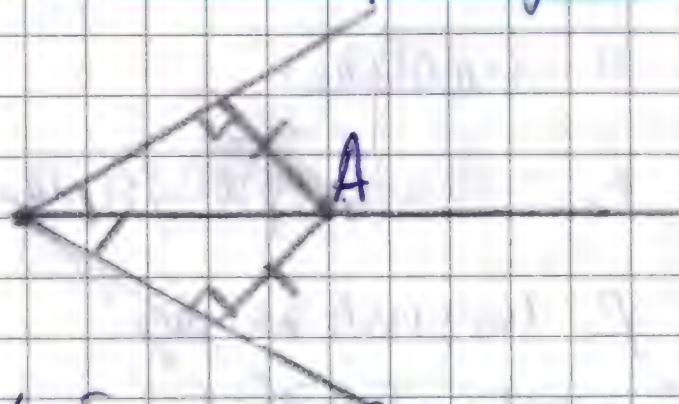
В любой треуго. можно вписать окружность.



O - центр Окр.
 Вписанной в треуго. - точка
 пересечения биссектрис треуго.

Площа Оравноравна
 от сторон треуго.

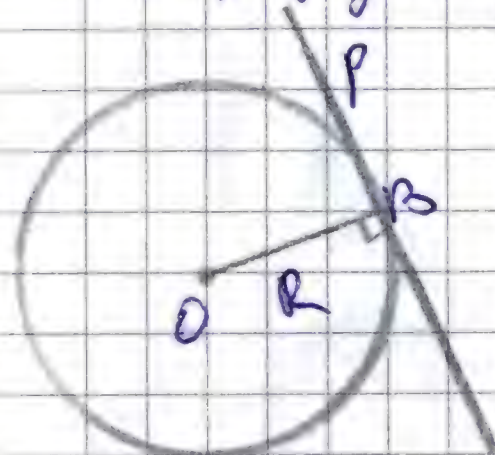
Св-во биссектрис угла



Любая точка биссектрисы
 угла равноудалена от его сторон

Г. Свойство касательной

Касательная к окружности, перпендикулярна
 к радиусу, проведенному в точку касания

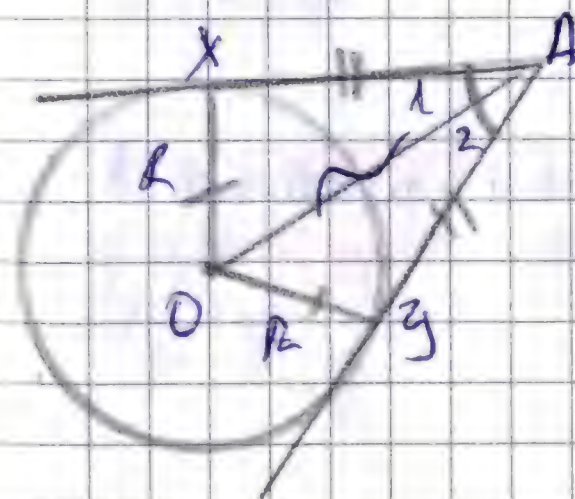


Окр $(O; R)$

p - касательная

B - точка касания

OB - радиус, $OB \perp p$



AX, AY - отрезки
 касательной

Свойства отрезков
 касательных

$$AX = AY$$

$$\angle 1 = \angle 2$$

Г. Признаки касательной

Если прямая проходит через конец
 радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна
 к этому радиусу, то она является
 касательной.

d - расстояние от центра окружности до прямой.

R - радиус.

a) Дано: Окр(O, r)

$$r = 16 \text{ см.}$$

$$d = 12 \text{ см.}$$

Взаимное расположение

Окр(O, r) и p

$d < R$, м.к. $12 < 16 \Rightarrow p$ - секущая

б) $r = 7,2 \text{ см}$

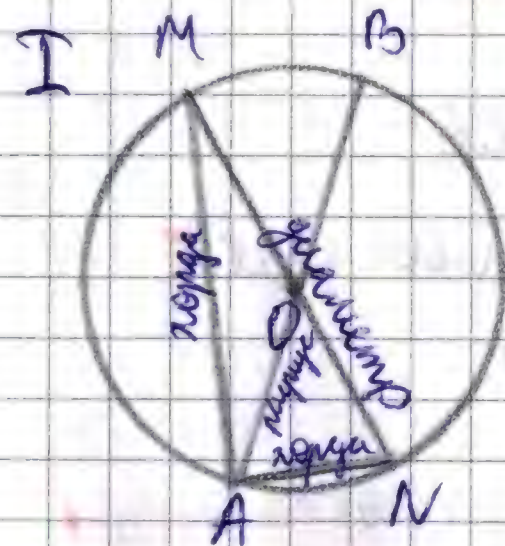
$$d = 3,7 \text{ см}$$

$d < r$, м.к. $3,7 < 7,2 \Rightarrow p$ - секущая

III **касательная и окружность**

1) Окр. прямая, касающаяся с окружностью
только одну точку можно назвать
касательной и окружностью.

**Окружность касательная
к окружности.**



Окр. (O, R)

Окр AB - **касательная**

AO - **радиус (R)**

O - **центр окружности**

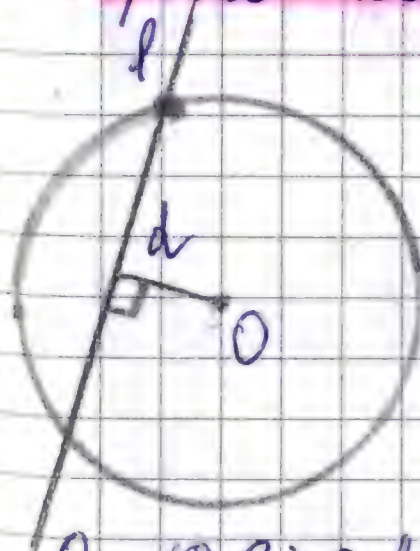
$$S = \pi R^2; \pi \approx 3,14$$

$$C = 2\pi R$$

C - **длина окр.**

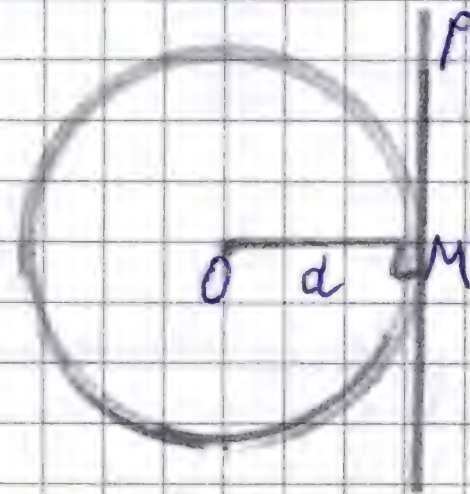
AM, AN - **хорды**

II **Взаимное расположение
прямой и окружности.**

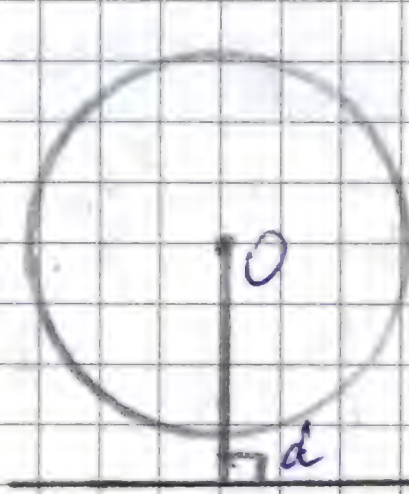


Окр (O, R) $\cap l$

(окружность пересекает
с прямой l) **1-касательная**
 $d < R$



(окружность и
прямая имеют одну
общую точку)
 p - касательная
 M - точка касания
 $d = R$



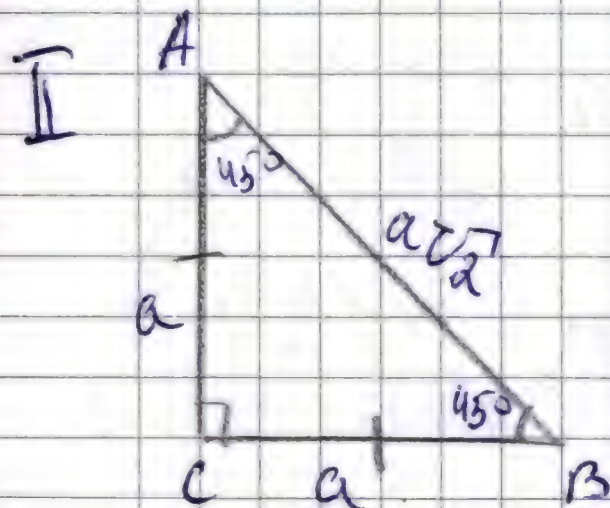
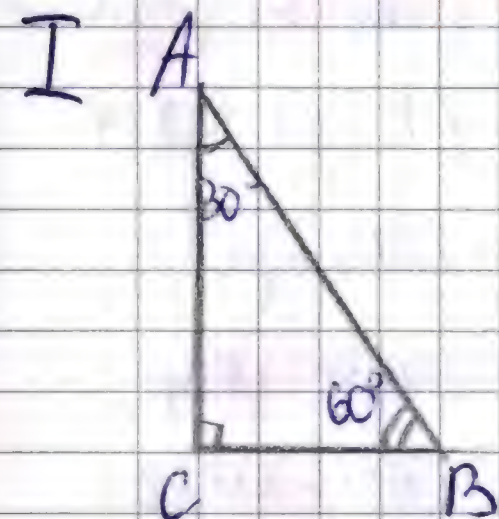
(окружность и
прямая не имеют
общих точек)
 $d > R$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

Значение синусов,
косинусов и тангенсов углов

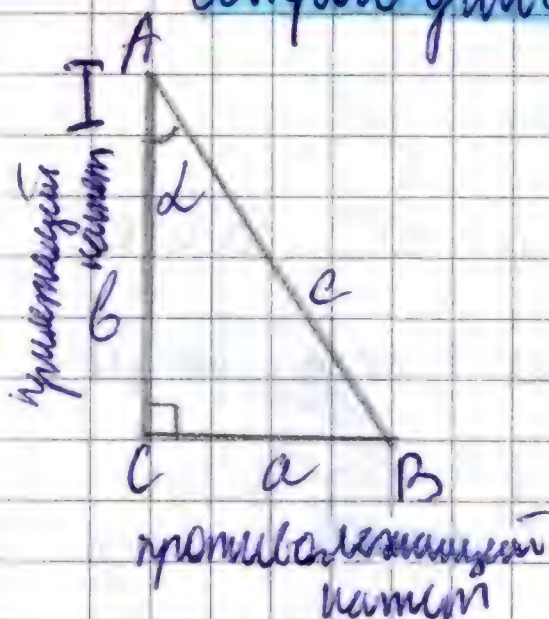
$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$



α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Синус, косинус, тангенс

Отношение углов в прямоугольном треугольнике



α, β, γ
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 угол сторона сторона

$\sin \alpha$ - "синус угла"
 "противоположный катет"

$$\sin \alpha = \frac{\text{противоположный катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$\cos \alpha$ - "косинус угла"
 "прилежащий катет"

$$\cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$\operatorname{tg} \alpha$ - "тангенс угла"
 "противоположный катет"

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{противоположный катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

II

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

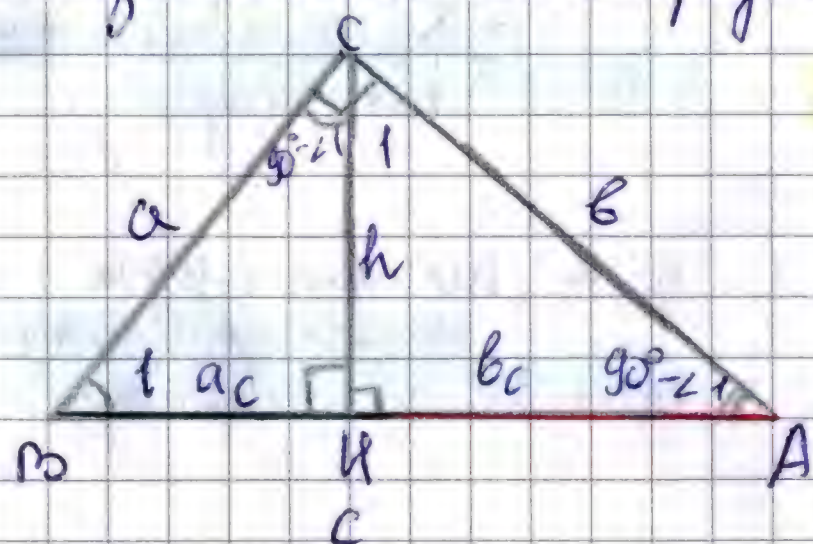
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{противоположный катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ - основное тригонометрическое тождество

$$\cos A = \sin B \quad \text{и} \quad \sin A = \cos B$$

Пропорциональное отрезки в прямоугольном треугольнике

Средним геометрическим чисел a и b
называется $\sqrt{a \cdot b}$ (среднее пропорциональное)



$\triangle ACH \sim \triangle CBH$ - по
2-м углам

$\triangle ACH \sim \triangle ABC$
и

$\triangle BCH \sim \triangle ABC$ - по
2-м углам

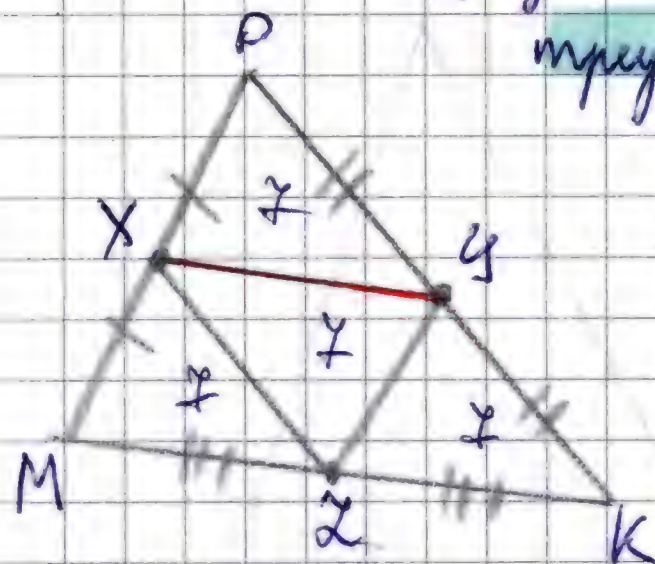
$$h = \sqrt{a \cdot b}$$

$$b = \sqrt{c \cdot b_c}$$

$$a = \sqrt{c \cdot a_c}$$

Средняя линия треугольника

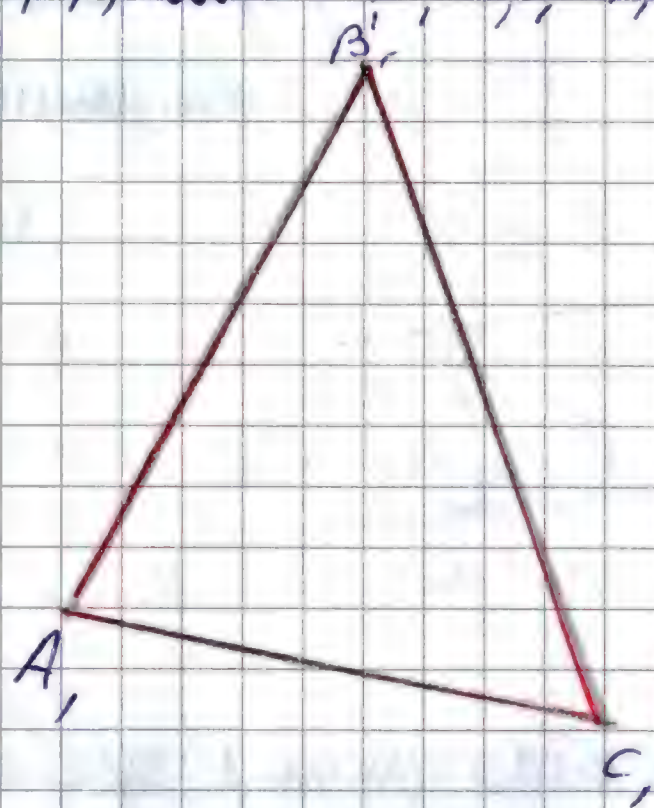
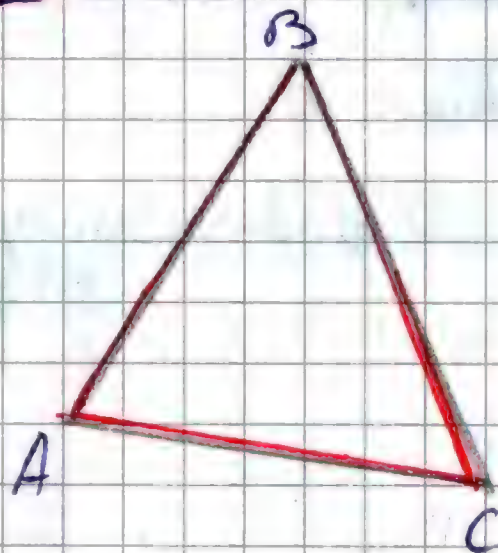
XY - средняя линия
треуг.



Средняя линия треугольника параллельна
одной из его сторон и равна половине
этой стороны.

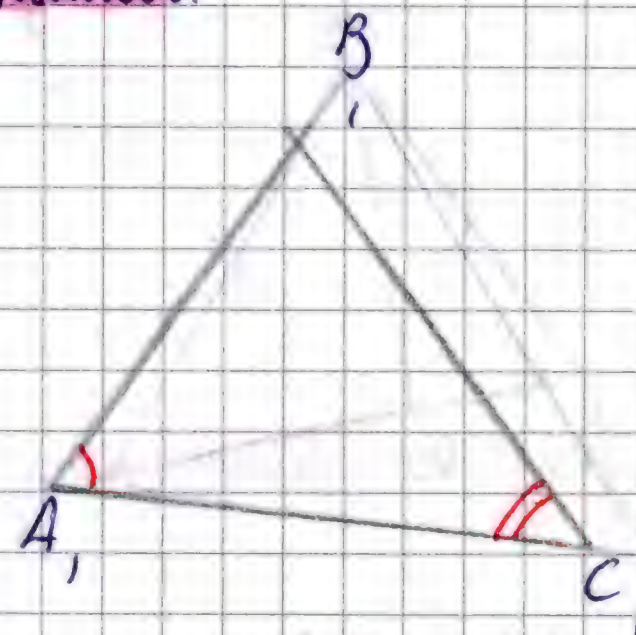
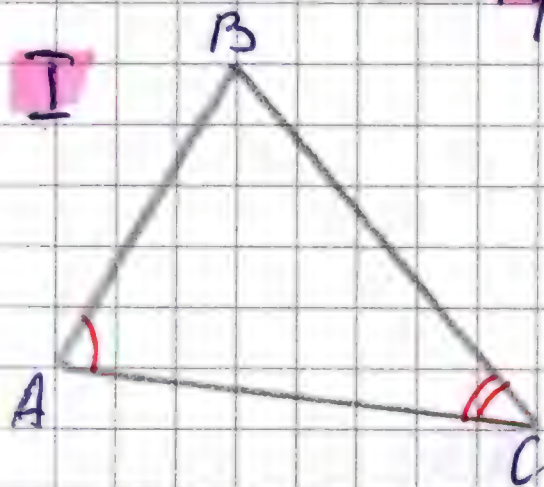
$$\text{т.е. } XY \parallel MK, XY = \frac{1}{2} MK$$

III $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, если $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$



Признаки подобия
треугольников.

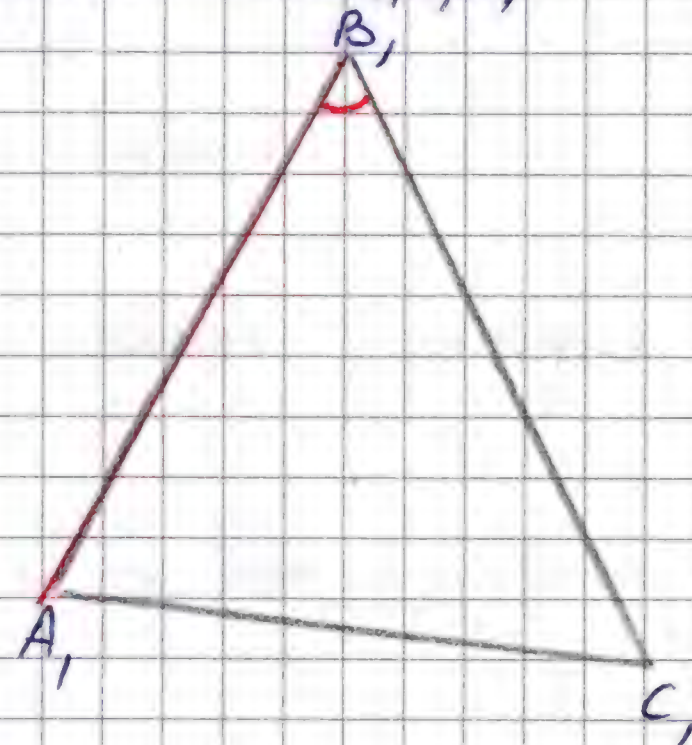
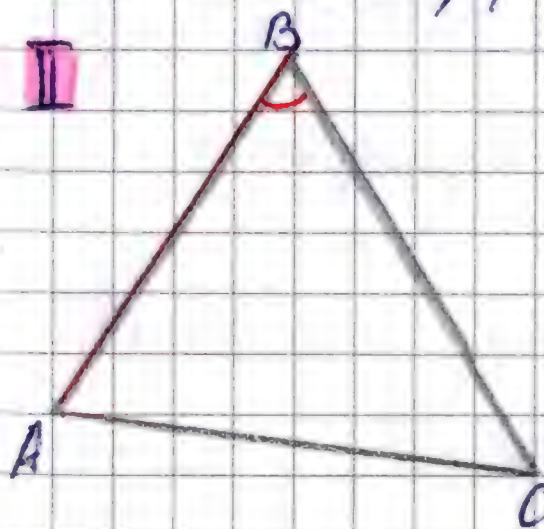
I



если $\angle A = \angle A_1$ и

$\angle C = \angle C_1$, то $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

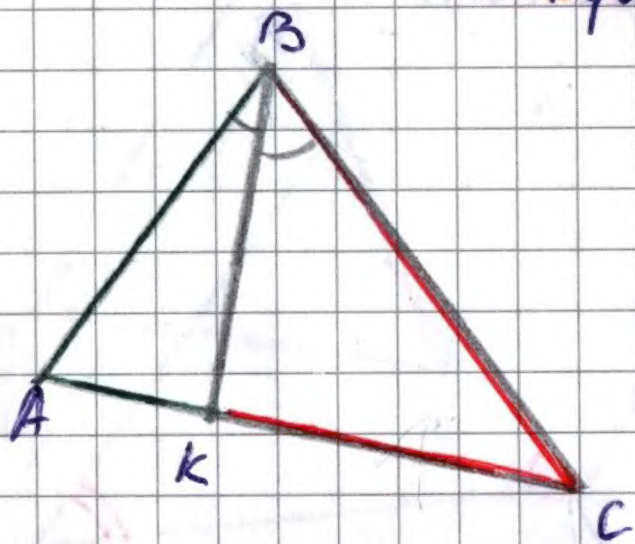
II



если $\angle B = \angle B_1$ и

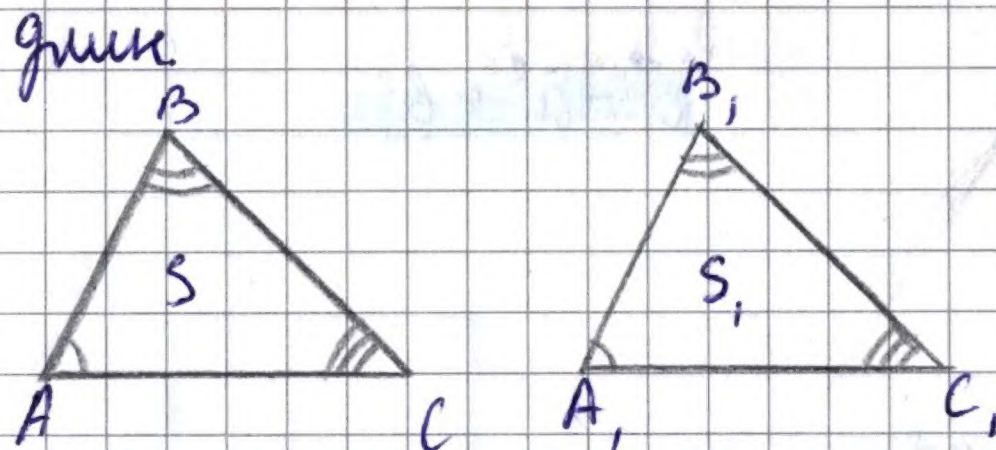
$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$, то $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Свойство биссектрисы треугольника



$$\frac{AK}{AB} = \frac{KC}{BC}$$

Отношение отрезков - это отношение их длины



$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ - если $\angle A = \angle A_1$; $\angle B = \angle B_1$;

$$\angle C = \angle C_1$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

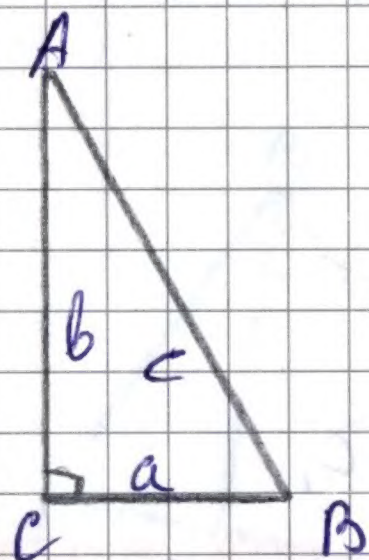
k - коэффициент подобия

Отношение S двух подобных треугольников
равно k^2 . $\frac{S_1}{S} = k^2$

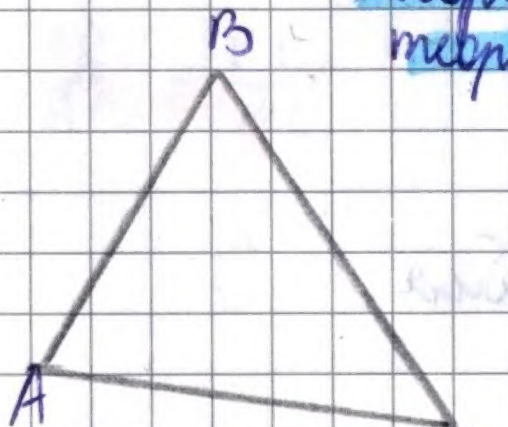
Отношение P двух подобных треугольников
равно k . $\frac{P_1}{P} = k$

Теорема Пифагора

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Теорема об обратных теореме Пифагора



Если в $\triangle ABC$

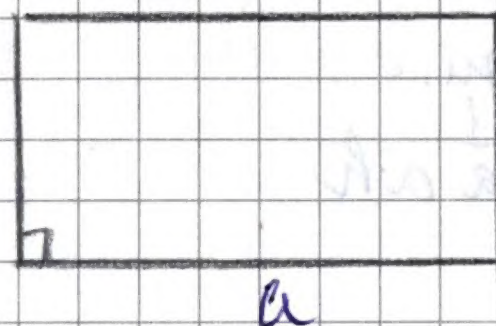
$$AC^2 = AB^2 + BC^2, \text{ то}$$

$\triangle ABC$ - прямоугольный.

Пифагоровы тройки: 3, 4, 5 - минимальный triplet;

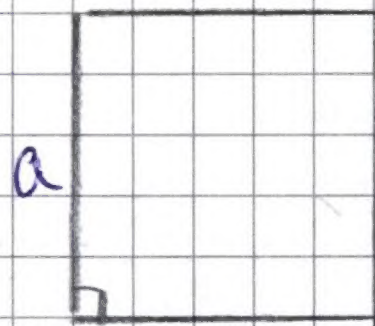
6, 8, 10; 5, 12, 13; 12, 14, 20; 8, 15, 17.

III



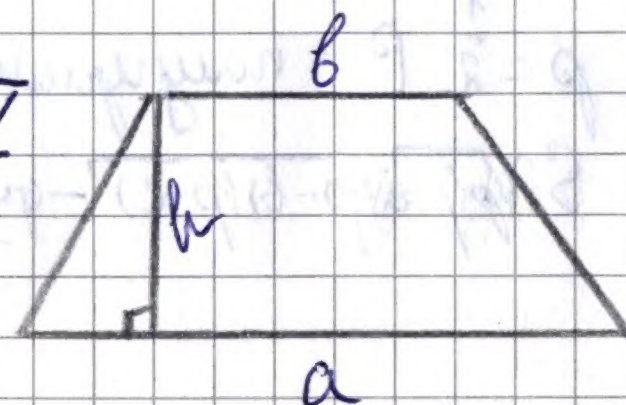
$$S = a \cdot b$$

IV



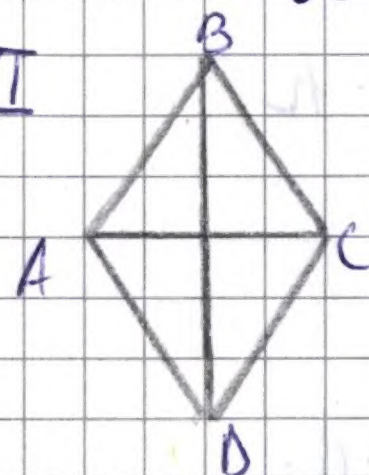
$$S = a^2$$

V



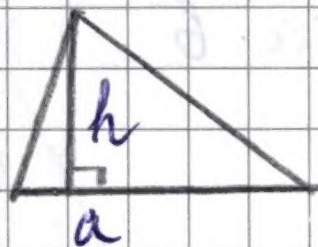
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

VI



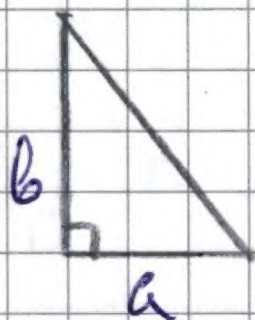
$$S = \frac{AC \cdot BD}{2}$$

I

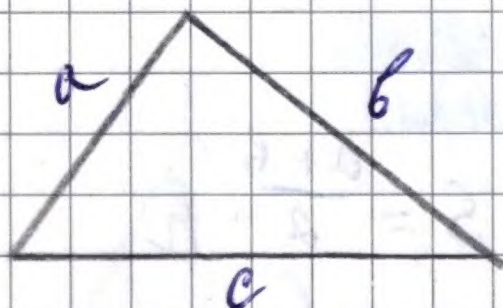


Площадь

$$S = \frac{1}{2} a h$$



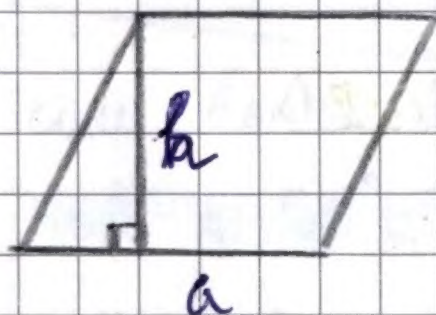
$$S = \frac{1}{2} a b$$



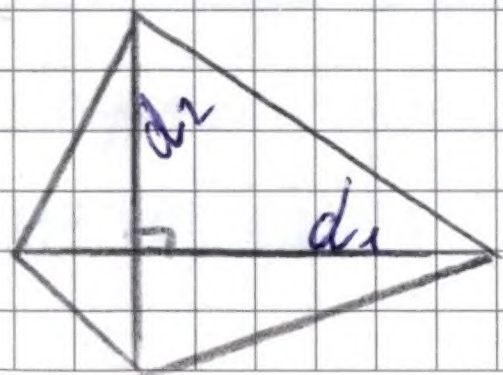
$$p = \frac{1}{2} P - \text{полупериметр}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} - \text{формула Герона}$$

II



$$S = a \cdot h$$

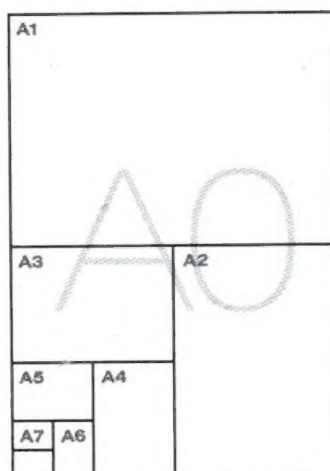


$$S = d_1 \cdot d_2$$

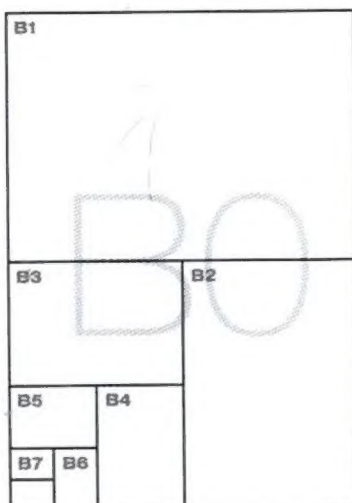
(или $d_1 \perp d_2$)

Paper Sizes

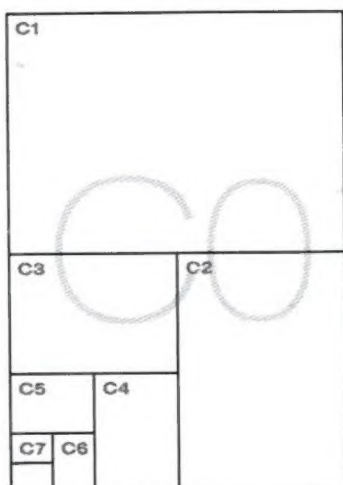
A0 — 841 x 1189 mm
A1 — 594 x 841 mm
A2 — 420 x 594 mm
A3 — 297 x 420 mm
A4 — 210 x 297 mm
A5 — 148 x 210 mm
A6 — 105 x 148 mm
A7 — 74 x 105 mm



B0 — 1000 x 1414 mm
B1 — 707 x 1000 mm
B2 — 500 x 707 mm
B3 — 353 x 500 mm
B4 — 250 x 353 mm
B5 — 176 x 250 mm
B6 — 125 x 176 mm
B7 — 88 x 125 mm



C0 — 917 x 1297 mm
C1 — 648 x 917 mm
C2 — 458 x 648 mm
C3 — 324 x 458 mm
C4 — 229 x 324 mm
C5 — 1162 x 229 mm
C6 — 114 x 162 mm
C7 — 88 x 114 mm



Art. 3-40-481

ТУ 5463-005-99594039-2012

Изготовлено: 04.2017



US

lengths:

mile (statute)
furlong
yard
foot
inch
point
mile (nautical)
cable

liquids:

barrel (oil)
barrel
gallon
quart
pint
ounce (fluid)

dry matters:

barrel
bushel
quart
pint

weight:

ton
stone
pound
ounce
grain
pound (troy)
ounce (troy)

area:

square mile
acre
square foot
square inch

volume:

cu. foot
cu. inch

Metric

1.60934 km
201.17 m
0.9144 m
30.48 cm
2.54 cm
0.3528 mm
1852.2 km
185.22 m

158.988 l
119.24 l
3.785 l
0.94625 l
473.12 ml
29.57 ml

115.628 l
35.24 l
1.101 l
0.5506 l

907 kg
6.35 kg
453.6 g
28.35 g
64.89 mg
373.27 g
31.1035 g

2.5899 km²
0.4047 ha
0.0929 m²
6.4516 cm²

0.0283 m³
16.387 cm³